

Т. П. Быкова

Нестандартные задачи по математике

Ко всем действующим учебникам

- ♦ Развитие логического мышления
- ♦ Творческий подход к математике
- ♦ Осознанность принятия решения
- ♦ Умение анализировать и составлять собственный алгоритм действий

4
класс



МАТЕМАТИКА



Учебно-методический комплект

Т. П. Быкова

Нестандартные задачи по математике

Ко всем действующим учебникам

4 класс

*Издание пятое,
переработанное и дополненное*

Издательство
«**ЭКЗАМЕН**»
МОСКВА • 2019

УДК 373:51
ББК 22.1я71
Б95

Быкова Т. П.

Б95 Нестандартные задачи по математике : 4 класс. ФГОС / Т. П. Быкова. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство «Экзамен», 2019. — 142, [2] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-14015-3

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения) для начальной школы.

Пособие ориентировано на учебники математики для начальной школы, написанные в рамках традиционной системы обучения, но может с успехом использоваться и при обучении по вариативным программам.

Материал пособия разбит по темам. Это позволит учителю легко подобрать нестандартные развивающие задания к каждому уроку.

Задания, представленные в пособии, эффективны для развития логического мышления, внимания, математической интуиции, культуры мышления, речи.

Они направлены на формирование умения грамотно и аргументированно обосновывать свои действия, последовательно и доказательно излагать свои мысли, выдвигать и проверять различные гипотезы.

Данные задания способствуют расширению кругозора детей, поднятию их общего культурного уровня.

Приказом № 699 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 373:51
ББК 22.1я71

Подписано в печать 30.11.2018. Формат 70х100/16.

Гарнитура «Букарная». Бумага офсетная.

Уч.-изд. л. 7,69. Усл. печ. л. 11,7. Тираж 5000 экз. Заказ №9571/18

ISBN 978-5-377-14015-3

© Быкова Т. П., 2019
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2019

СОДЕРЖАНИЕ

ЗАДАНИЯ

Нумерация	5
Арифметические действия. Числовые выражения	7
Диагонали прямоугольника.....	14
Класс единиц и класс тысяч.....	15
Класс миллионов и класс миллиардов	18
Луч. Числовой луч.....	23
Угол. Виды углов	25
Повторение и закрепление	26
Величины	28
Повторение и закрепление	39
Сложение и вычитание	41
Решение уравнений	45
Сложение и вычитание величин.....	47
Повторение и закрепление	50
Умножение на однозначное число	56
Деление на однозначное число	59
Повторение и закрепление	62
Умножение и деление на однозначное число	64
Виды треугольников	65
Умножение и деление на числа, оканчивающиеся нулями.....	66
Умножение и деление на двузначные и трёхзначные числа.....	75
РЕКОМЕНДАЦИИ И ОТВЕТЫ	81

Предисловие

Зачем нам нужно учить математику? Наверное, этим вопросом задавались многие школьники, не собирающиеся связывать свою дальнейшую жизнь с этой наукой. Действительно, специфика математических знаний такова, что в обыденной, повседневной жизни достаточно трудно найти им практическое приложение. Даже такая, казалось бы, практически значимая вещь, как вычислительные навыки, теряет свою актуальность, так как современному человеку вполне доступны удобные вычислительные приборы — калькуляторы. И, тем не менее, математика была и остаётся одной из ведущих отраслей научного знания, одним из главных школьных предметов.

Предлагаемое пособие призвано помочь учителю решать эти задачи математического образования, начиная уже с 1 класса. В пособии представлены развивающие задачи, призванные формировать умение думать, рассуждать, искать решение, обоснованно излагать свои мысли, аргументировать свои действия. Задачи разбиты по темам. Большинство из них может помочь не только в реализации развивающих и воспитательных целей урока, но и в решении образовательных задач, стоящих перед учителем непосредственно при изучении той или иной темы. Кроме того, многие задания носят пропедевтический характер и помогут успешно и эффективно подготовить учащихся к изучению дальнейших тем курса.

Пособие ориентировано на традиционную систему обучения. Однако может быть использовано и при обучении в рамках альтернативных концепций.

Т. Быкова

ЗАДАНИЯ

ЧИСЛА ОТ 1 ДО 1000

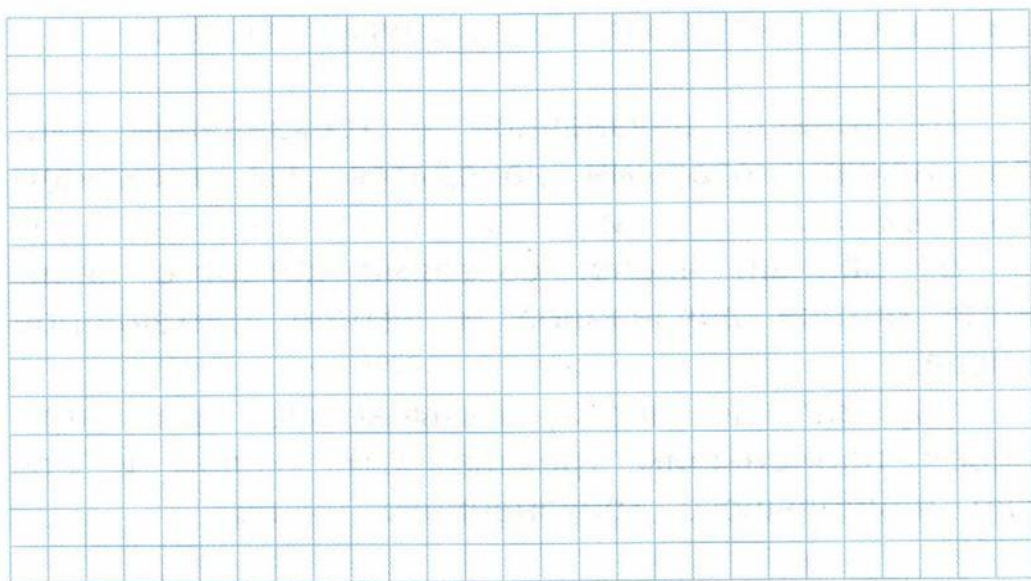
Нумерация

- 1** Расшифруй число $\gamma\beta\alpha$, если известно, что цифры, использованные для его записи, следуют при счёте друг за другом, одна из цифр обозначает наибольшее однозначное число и справедливы следующие неравенства:

$$\alpha\beta\gamma < \beta\gamma\alpha$$

$$\beta\gamma > \gamma\alpha$$

$$\alpha\gamma > \gamma\alpha$$



β — , α — , γ — .

2 Запиши числа.

1) На сколько самое большое двузначное число меньше самого маленького трёхзначного числа?

2) На сколько самое большое трёхзначное число больше самого маленького двузначного числа?

3) Запиши число, имеющее только один делитель.

4) Запиши число, которое не делится на само себя.

5) На сколько наименьшее нечётное число меньше наименьшего нечётного трёхзначного числа?

6) Какое число делится на любое другое число?

7) Запиши двузначное и трёхзначное числа, между которыми нет других чисел. и

8) Запиши двузначное и трёхзначное числа, между которыми находятся два трёхзначных числа. и

9) Запиши число, соседями которого являются чётное двузначное и чётное трёхзначное числа.

10) Запиши числа, называемые при счёте перед наименьшим трёхзначным числом и после наибольшего трёхзначного числа.

и

Арифметические действия. Числовые выражения

1 Одно из перечисленных под каждым примером чисел является правильным ответом. С помощью предварительной оценки результата определи это число. Проверь свои выводы вычислениями.

а) $324 : 3 + 125 - 12 \cdot 13$

7, 77, 777, 237

324 — предварительная оценка

125 — предварительная оценка

12 — предварительная оценка

13 — предварительная оценка

б) $(855 : 3 - 189) \cdot 7$

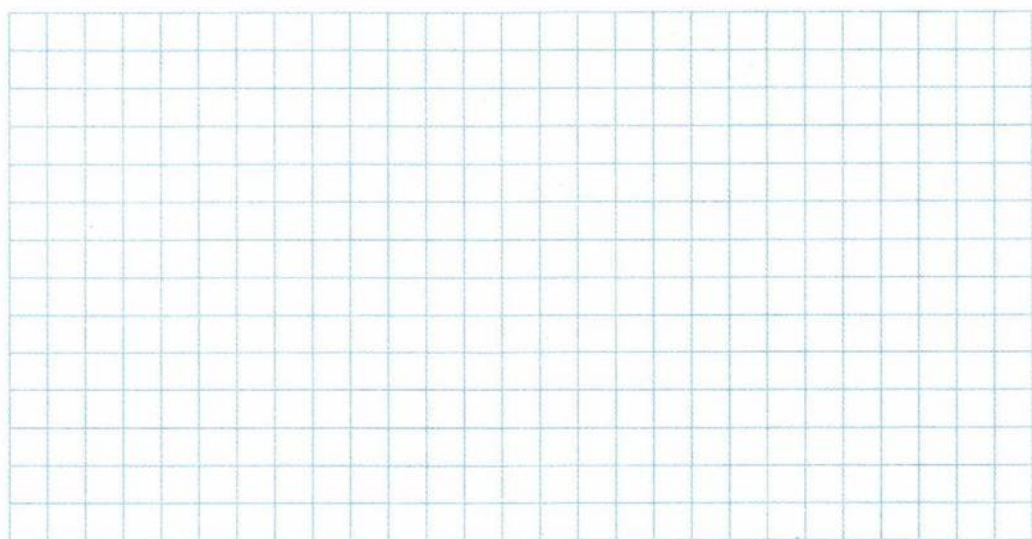
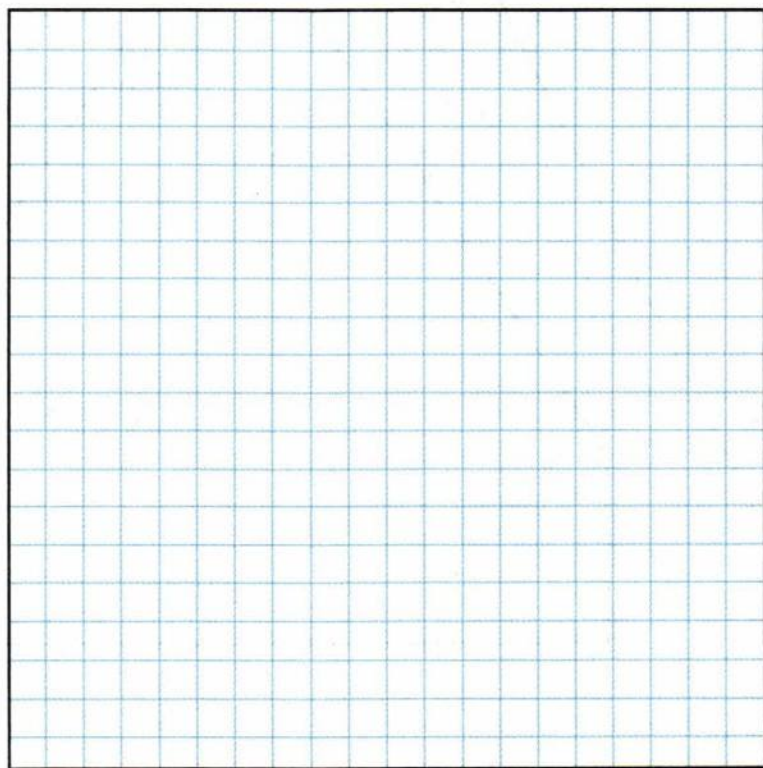
472, 67, 162, 672

855 — предварительная оценка

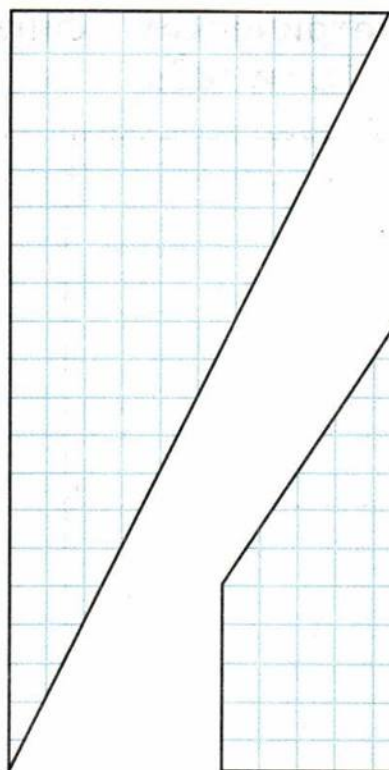
189 — предварительная оценка

4 Измерь площади геометрических фигур предложенными мерками $\triangle$ и $\triangle$.

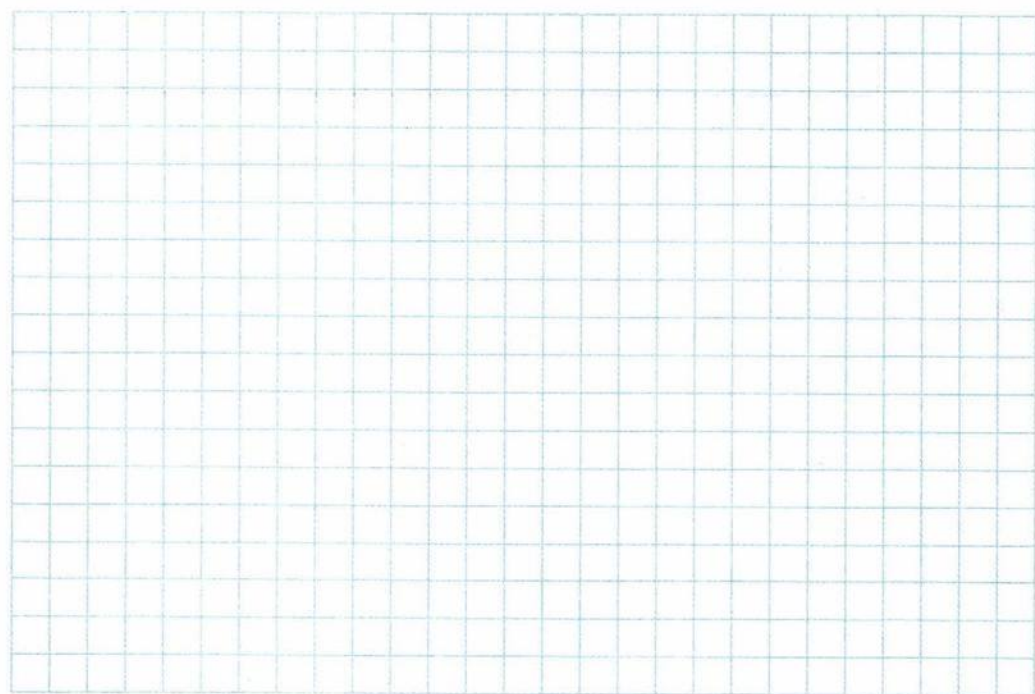
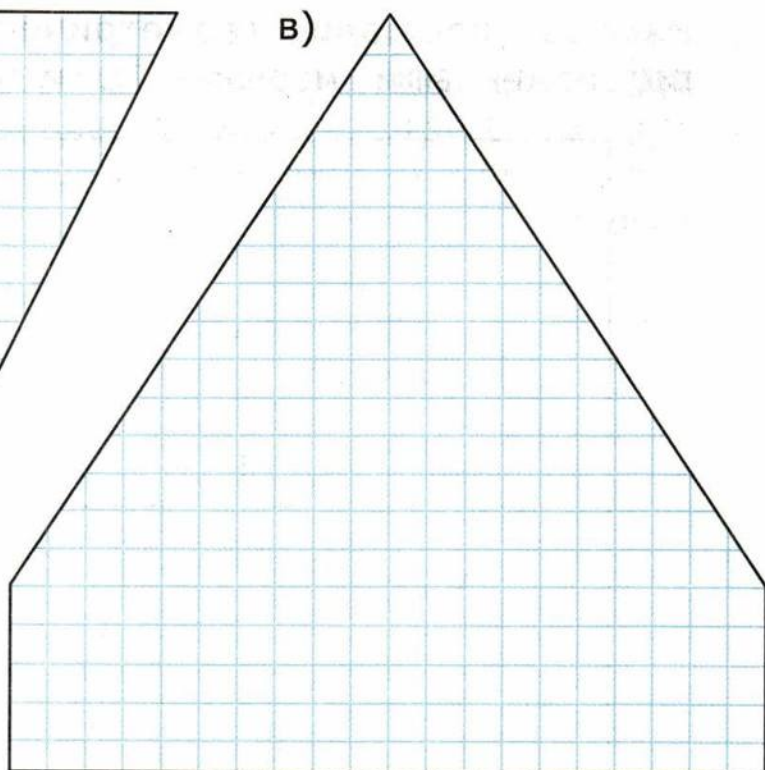
а)



6)

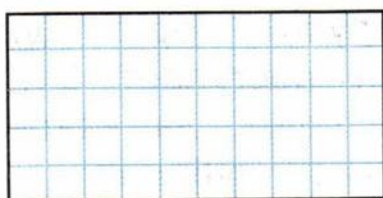


B)

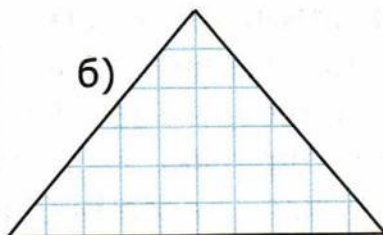


- 5 Найди площади фигур. Составь из данных фигур и нарисуй такие фигуры, площадь которых можно найти указанным выражением. При необходимости фигуры можно разрезать.

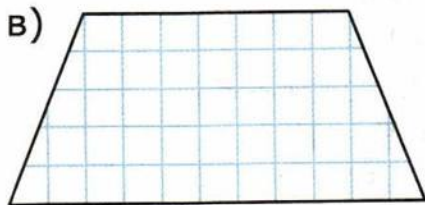
а)



б)

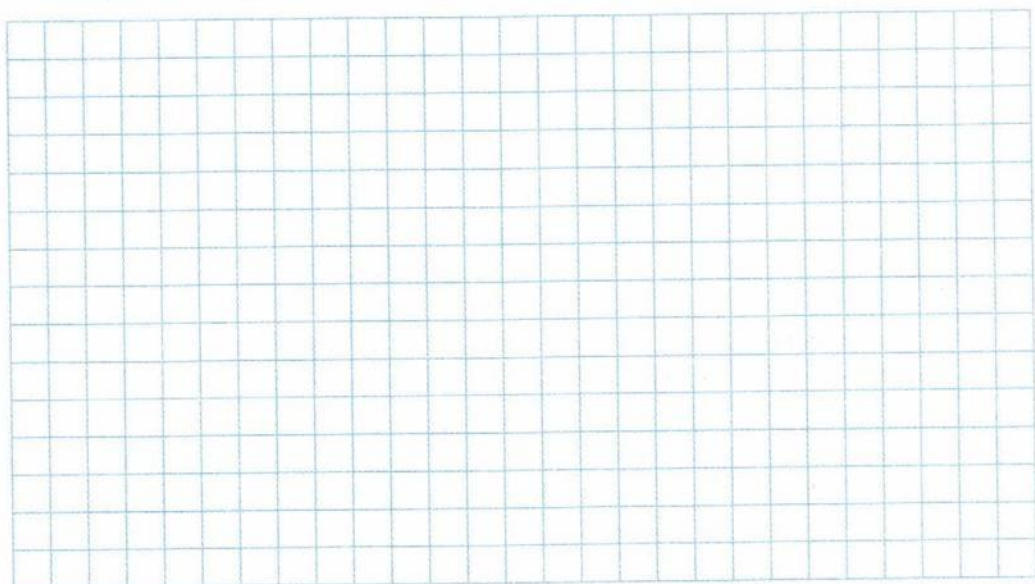


в)



а) $50 : 2 + (45 - 7 \cdot 5) \cdot 2$

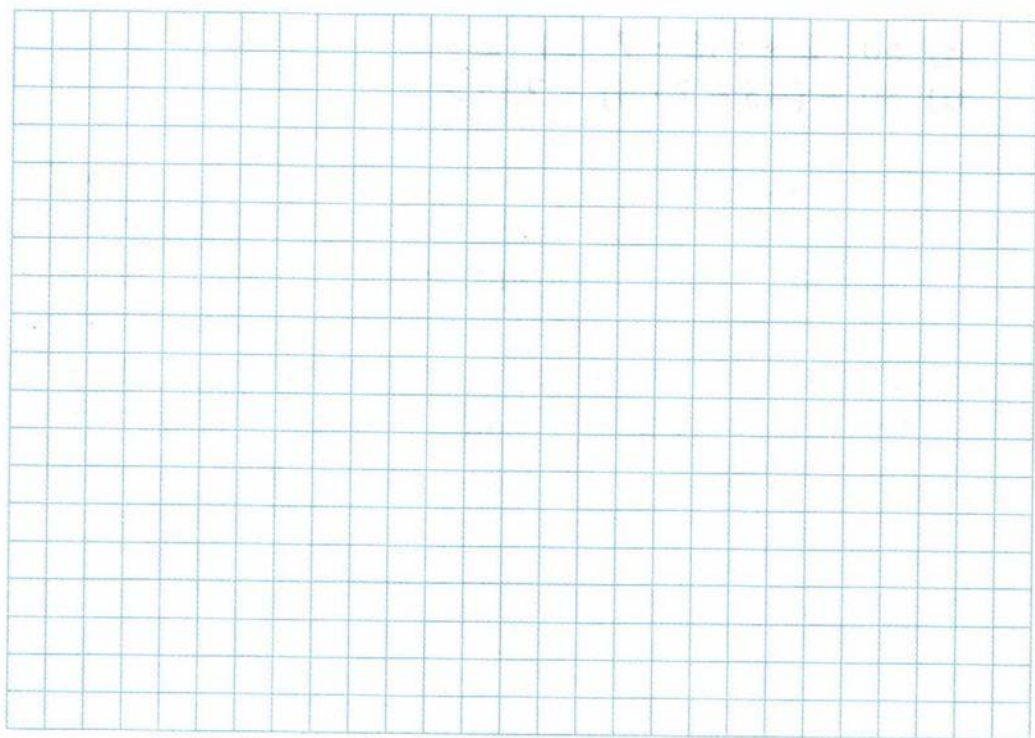
б) $30 + (45 - 7 \cdot 5) + 25 \cdot 2$



6 Измени условие или вопрос задачи так, чтобы она решалась указанным выражением. При необходимости дополни задачу недостающими данными или убери «лишние» данные.

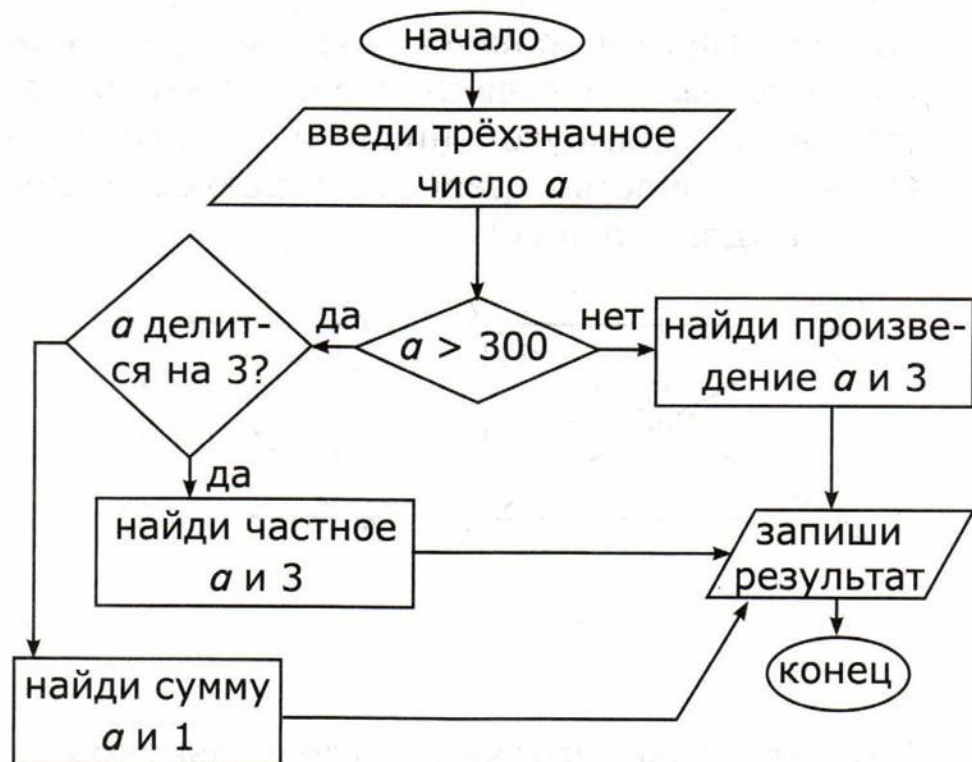
Задача. Ёмкость бассейна 840 м^3 . В бассейн проведены две трубы. Через одну трубу в бассейн за 1 мин поступает 5 м^3 воды, а через другую — 7 м^3 воды. За какое время наполнится бассейн двумя трубами?.

- а) $840 : 5 - 840 : 7$
- б) $840 : (7 - 5)$
- в) $840 : (840 : 120 + 5)$
- г) $840 : (7 + 5 - 4)$
- д) $(840 - 21 \cdot 5) : 7$

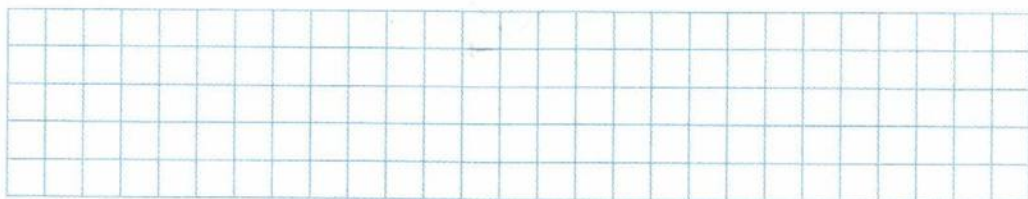




Вычислительная машина выполняет следующую программу:

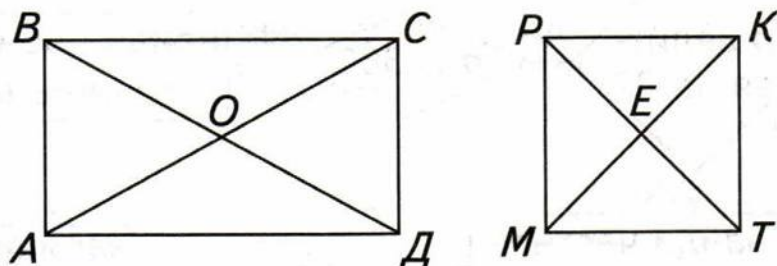


Найди результат выполнения этой программы при $a = 157$; $a = 342$; $a = 529$. Подумай, сколько цифр будет содержать число, являющееся результатом выполнения этой программы. Зависит ли это от того, чему равно a ? Измени данную программу так, чтобы результатом её выполнения всегда было двузначное число.

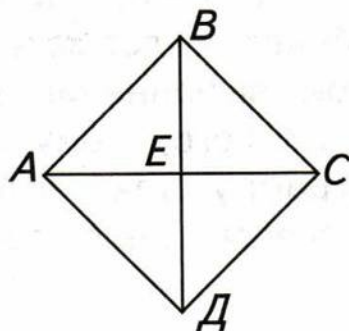


Диагонали прямоугольника

- 1** Запиши группы равных отрезков на каждом чертеже. Сколько групп равных отрезков у прямоугольника и у квадрата? Какое количество равных отрезков содержит каждая группа?



- 2** Сколько прямоугольных треугольников на этом чертеже? Запиши все прямоугольные треугольники.



ЧИСЛА, КОТОРЫЕ БОЛЬШЕ 1000

Класс единиц и класс тысяч

1 Запиши числа.

1) Сколько чисел содержат менее 4 тысяч?

2) Запиши все числа, которые содержат больше, чем 153 десятка, но меньше, чем 154 десятка.

3) Запиши число, в котором 1 единица второго класса и 1 единица первого класса.

4) На сколько 15 сотен больше, чем 1400?

5) Сколько сотен содержится в наименьшем четырёхзначном числе? _____

6) Запиши число, которое содержит 10 сотен и 5 десятков. _____

2 Расположи числа, зашифрованные буквами, в порядке убывания, если известно, что

$$A > B; B > A; \Gamma < B.$$

Числа: ААВВ, ВВГА, ВГАБ, ББВГ, ВГБА.



В данных числах некоторые цифры зашифрованы буквами. Расшифруй их, используя имеющиеся данные.

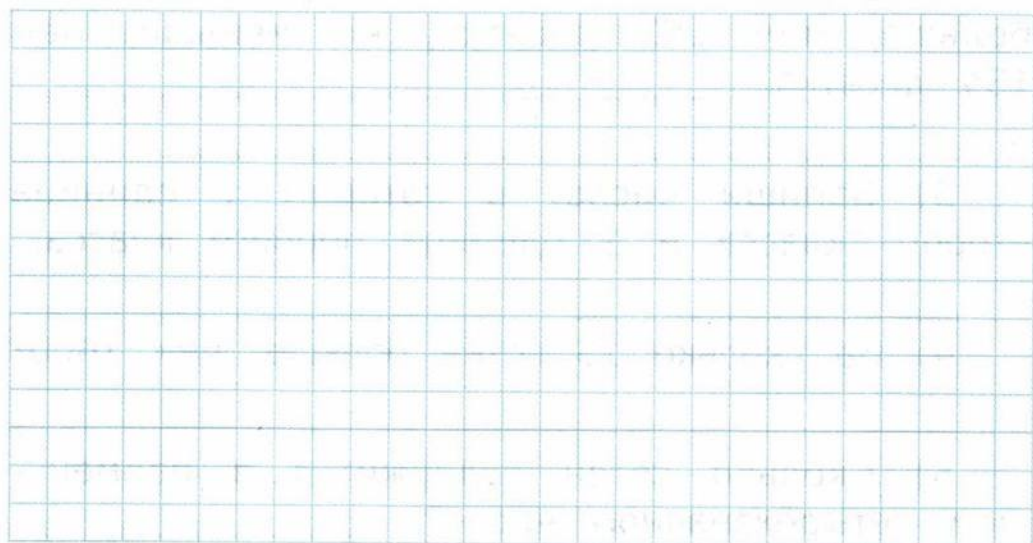
9BA4, 36AB, 3B55, 97A4, 95A4, A3BB.

Известно, что $9BA4 < 97A4$

$9BA4 > 95A4$

$36AB < 3B55$

$B < 3$



$A = \square$, $B = \square$, $B = \square$.

Получаем числа:

9BA4 _____

36AB _____

3B55 _____

97A4 _____

95A4 _____

A3BB _____

Класс миллионов и класс миллиардов

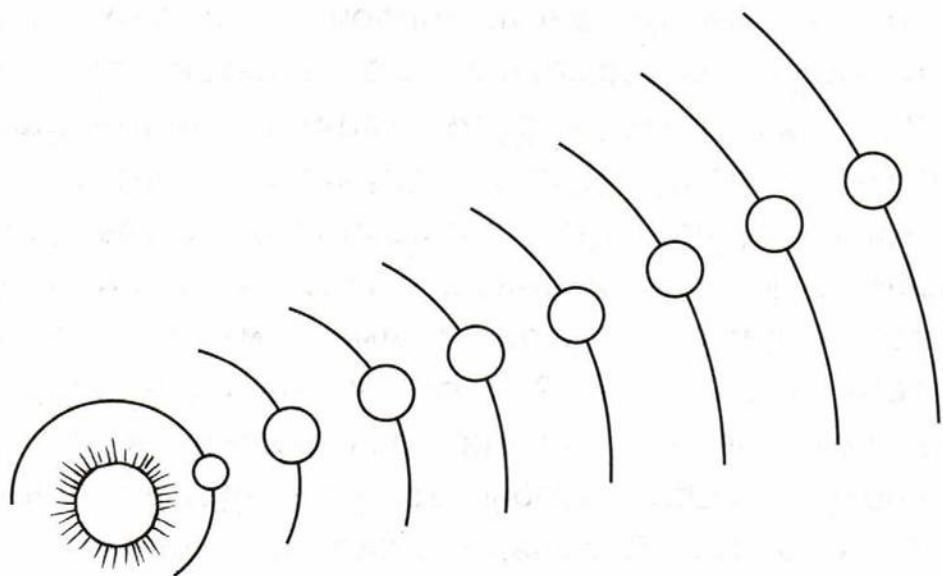
1 Вокруг самой близкой к нам звезды — Солнца — вращается 8 планет. Земля — это третья планета Солнечной системы. Расстояние от Солнца до Земли примерно 150 000 000 км. Расстояние от Солнца до Нептуна почти в 30 раз больше, чем до Земли. Температура на Нептуне очень низкая, ведь он расположен так далеко от Солнца. Зато Венера почти в 45 раз ближе к Солнцу, чем Нептун. А Меркурий примерно на 40 млн км ближе к Солнцу, чем Венера. Из-за близости к Солнцу поверхность Меркурия раскалена. Марс на 80 млн км дальше от Солнца, чем Земля. Сатурн на 1 200 000 000 км дальше Марса, а Юпитер на 650 000 000 км ближе Сатурна. Сатурн окружён кольцами, состоящими из глыб и мелких частиц льда и пыли. Если расстояние от Нептуна до Солнца разделить на 2, а к результату прибавить 620 млн км, то получим примерное расстояние до ещё одной планеты Солнечной системы — Урана.

Найди примерное расстояние от каждой планеты до Солнца и подпиши названия планет Солнечной системы на рисунке. Заполни

таблицу «Расстояние до Солнца от планет Солнечной системы», расположив в ней планеты в порядке их удалённости от нашей звезды.

Таблица. Расстояние до Солнца от планет Солнечной системы

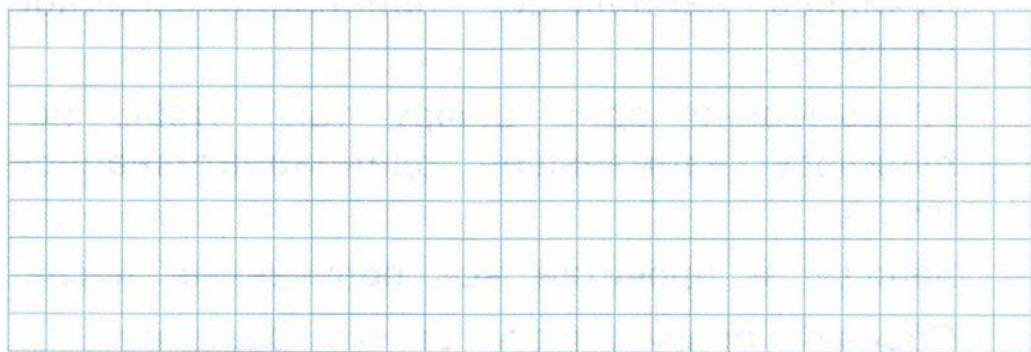
Название планеты	Расстояние до Солнца (млн км)



2 Василиса Премудрая пообещала подарить меч-кладенец тому, кто найдёт все ошибки в волшебном тексте и принесёт золотое яблоко. Помоги Ивану-царевичу добыть меч-кладенец.

«В тридевятое царство в тридесятое государство ведёт 100 дорог. На каждой дороге по 100 поворотов. Только один из этих 1000 поворотов приведёт к волшебному саду, где растут золотые яблоки. Для того чтобы сорвать золотое яблоко, нужно самое большое трёхзначное число уменьшить в 3 раза, от результата отнять сотню, повторённую 3 раза, потом отнять повторённую 3 раза десятку и повторить волшебные слова «оньливарп юялсичыв» столько раз, сколько у тебя получилось в результате твоих вычислений, то есть 5 раз. Потом на земле палочкой нужно записать число, содержащее 101 десяток, то есть 1100. Под этим числом запиши наименьшее число, которое можно получить путём перестановки цифр уже записанного числа. Вычисли сумму записанных чисел и количество цифр «один» в этой сумме умножь на 3. У тебя получится 9. Это магическая цифра. Она показывает, сколько раз нужно обернуться вокруг себя, чтобы золотое яблоко упало тебе в руки. Добудь яблоко и принеси его

мне. В награду ты получишь меч-кладенец. Но для того, чтобы добыть яблоко, ты должен хорошо знать математику и уметь правильно... А вот что именно ты должен уметь делать правильно, узнай сам. Для этого расшифруй волшебные слова, которые ты встретил в тексте».



оньливарп юялсичыв — это _____

В тексте ошибки (ошибок).

Выпиши их.



Из цифр числа 231 748 905 801:

а) образуй наибольшее число, содержащее столько же знаков;

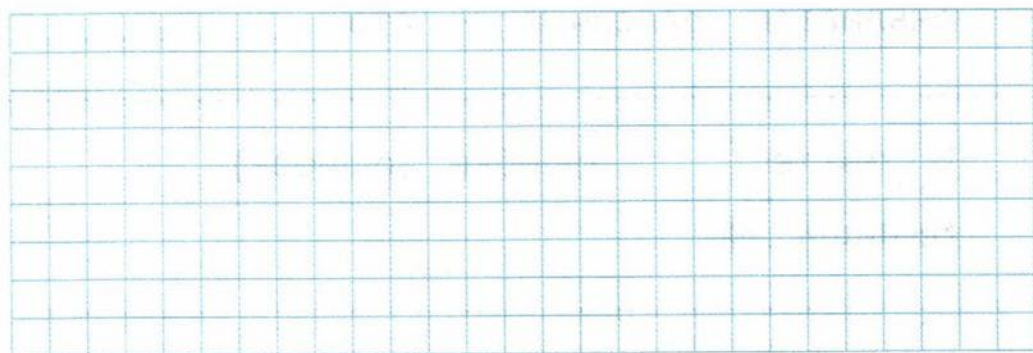
б) образуй наименьшее число, содержащее столько же знаков;

в) вычеркни одну цифру так, чтобы получилось наибольшее одиннадцатизначное число;

г) вычеркни одну цифру так, чтобы получилось наименьшее одиннадцатизначное число.

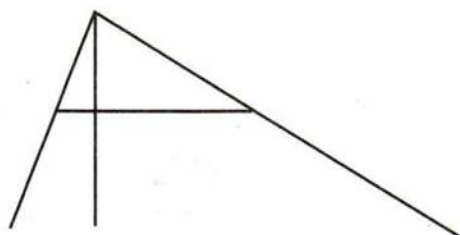
Запиши и прочитай все полученные числа.

Обоснуй правильность своего решения.

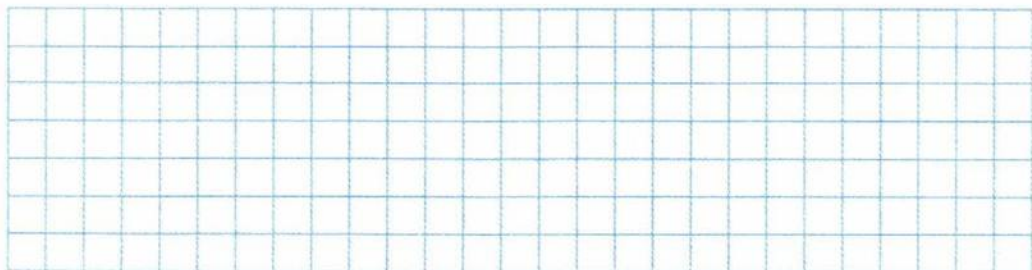
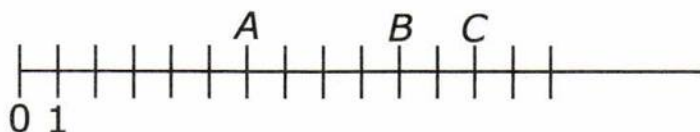


Луч. Числовой луч

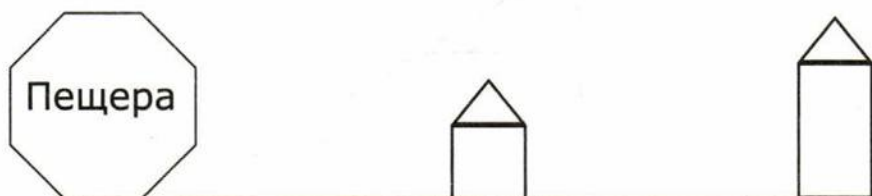
- 1** Сколько отрезков и сколько лучей изображено на чертеже?



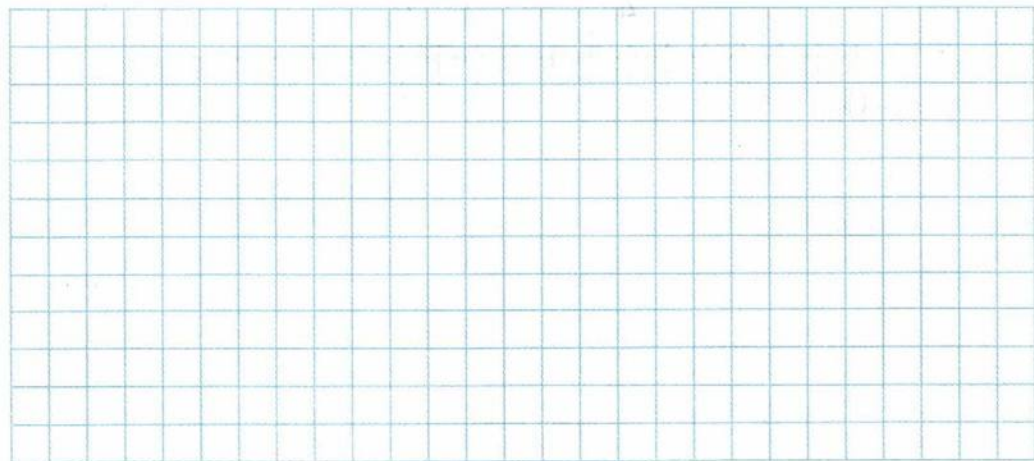
- 2** Запиши, каким числам на числовом луче соответствуют точки A , B , C . Каким числам будут соответствовать эти точки, если единичный отрезок увеличить в 2 раза; уменьшить в 2 раза? Сделай общий вывод.



- 3 Великан и Крошка измеряют расстояние шагами. От пещеры до дома Великана 5 его шагов, а до дома Крошки — 10 шагов Крошки. Дом Крошки ближе к пещере, чем дом Великана, на 3 шага Великана.

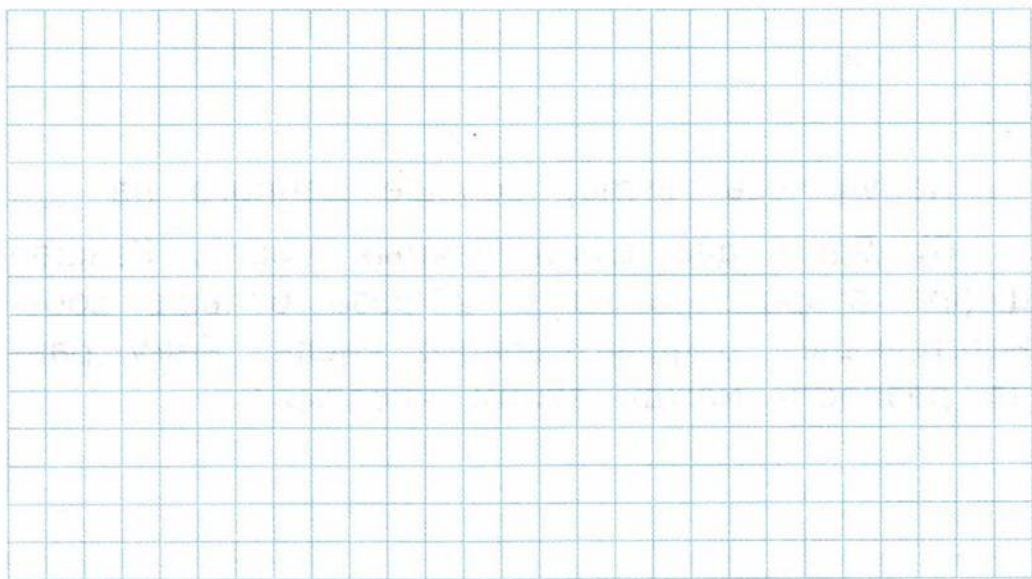


Начерти числовой луч. Прими пещеру за начало отсчёта. Выбери подходящий единичный отрезок, изображающий шаг Великана. Отметь на числовом луче точки, в которых будут располагаться дома Великана и Крошки. Какие числа соответствуют этим точкам? Какие числа будут соответствовать этим точкам, если в качестве единичного отрезка взять шаг Крошки? Сколько шагов Крошки в одном шаге Великана?



Угол. Виды углов

- 1 Известно, что угол B — прямой. Угол A меньше угла B . Угол C больше угла A , но меньше угла B . Угол D больше угла B , а угол E больше угла D .



Есть ли среди перечисленных углов прямые углы кроме угла B ?

да ☐

нет ☐

Какие из перечисленных углов острые, а какие тупые?

Острые: _____

Тупые: _____

Начертите углы A , B , C , D , E так, чтобы они удовлетворяли условию задачи.

Повторение и закрепление

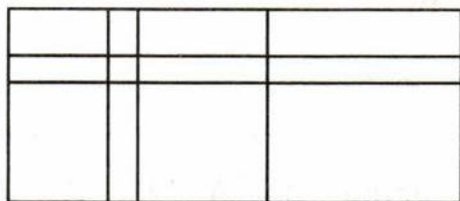
- 1 а) К некоторому пятизначному числу слева приписали 1. На сколько полученное число больше данного?

Получилось число, больше данного на ____.

- б) Даны два шестизначных числа. Каждая цифра второго числа в 2 раза больше соответствующей цифры первого числа. Чему равна разность между этими числами?

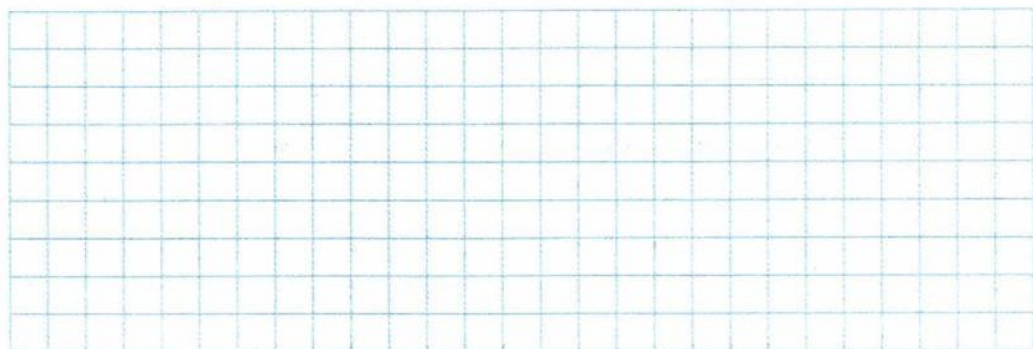
Разность между этими числами равна ____.

- 2 Сколько всего прямоугольников на этом рисунке?

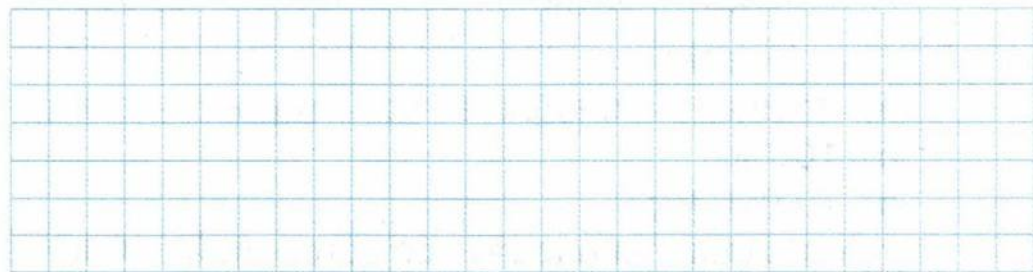


На рисунке _____ прямоугольников.

- 3** В шестизначном числе сумма первой и шестой цифр равна 10, сумма второй и пятой так же равна 10, сумма третьей и четвёртой цифр так же равна 10. Никакие цифры в этом числе не повторяются. Что это за число, если первая цифра в 2 раза больше третьей и в 2 раза меньше четвёртой, а предпоследняя цифра в 2 раза меньше последней?



- 4** От прямоугольного листа фанеры отпилили 1 угол. Сколько углов содержит получившаяся фигура? Какие это углы? Проверьте свои выводы с помощью чертежа.



Получившаяся фигура содержит ____ угла.
Это углы _____

Величины

1 Вместо звёздочек вставь пропущенные числа.

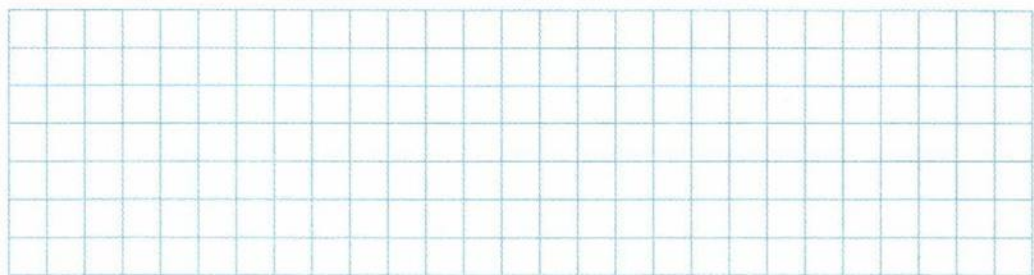
а) $2000 \text{ м } 5*6 \text{ см} = * \text{ км } * \text{ м } 7 \text{ дм } * \text{ см}$

б) $2*8 \text{ км } 8 \text{ см } * \text{ мм} = *38*****5 \text{ мм}$

в) $***2005 \text{ см} = 84 \text{ км } 3** \text{ м } * \text{ см}$

г) $576*** \text{ м } 3* \text{ мм} = *** \text{ км } 482* \text{ дм } * \text{ см } 5 \text{ мм}$

Запиши получившиеся выражения.



2 Выбери правильное утверждение.

1. 1 м^2 равен:

а) 100 см^2 ;

б) площади квадрата со стороной 100 см ;

в) 1000 см^2 ;

г) площади квадрата со стороной $10\,000 \text{ см}$.

2. 1 га равен:

а) площади квадрата со стороной 10 м ;

б) 100 м^2 ;

в) $10\,000 \text{ м}^2$;

г) площади квадрата со стороной 1000 м .

3. 1 дм^2 равен:

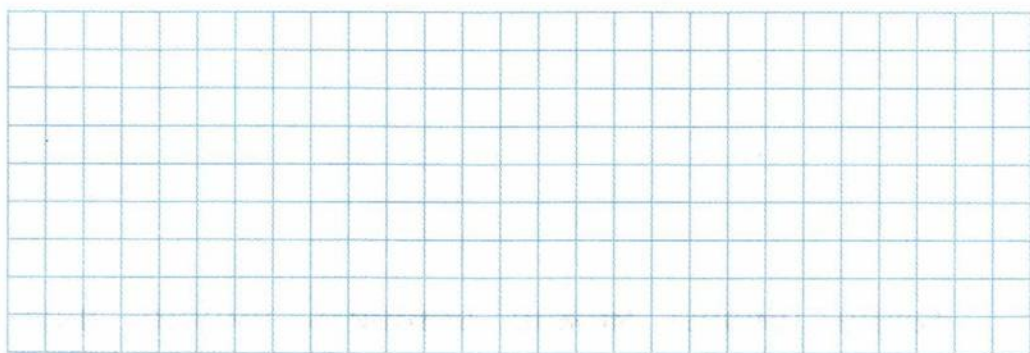
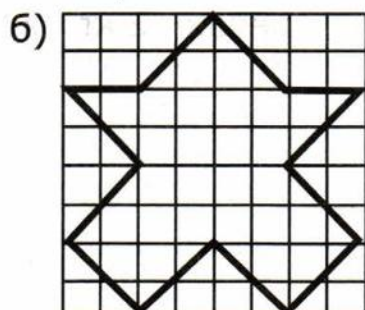
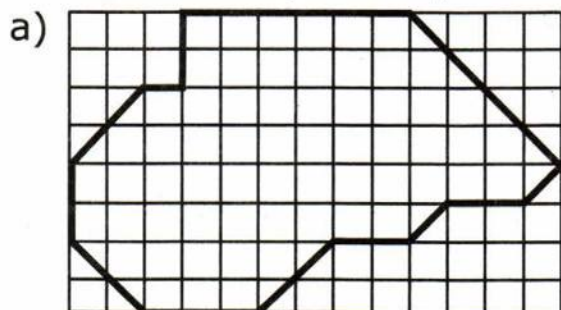
а) 100 см

в) 100 см^2

б) 10 см^2

г) $10\,000 \text{ см}^2$

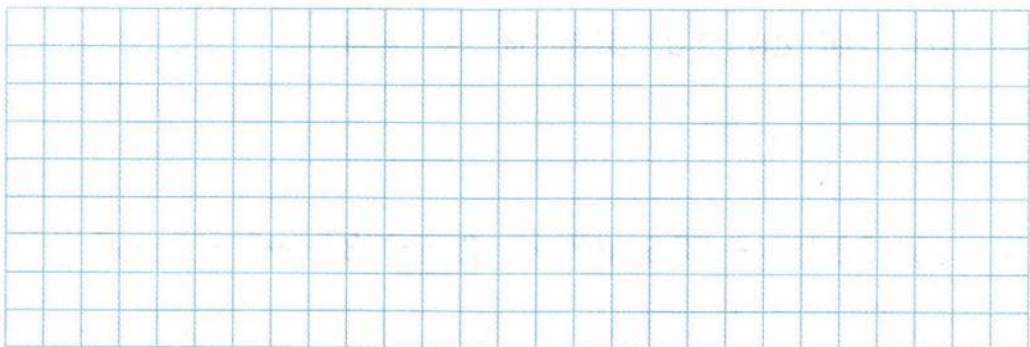
3 Вычисли площади данных фигур, приняв за единицу измерения 1 клетку.



а) $S =$

б) $S =$

Чему будет равно численное значение площади, если за единицу измерения принять квадрат со стороной в 2 клетки?



а) $S =$

б) $S =$

4 Имеется 9 кг крупы и гири 50 г и 200 г. Как в три приёма отвесить на чашечных весах 2 кг крупы?

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small squares formed by thin, light blue horizontal and vertical lines. There are approximately 20 columns and 25 rows of squares. The paper has a slightly off-white or cream color. In the top left corner, there is some very faint, illegible handwriting in dark ink. The rest of the page is completely empty except for the grid lines.

5 Какие цифры можно вставить вместо звёздочек, чтобы получились верные неравенства?

а) $12 \text{ дм}^2 * \text{см}^2 > 1207 \text{ см}^2 \quad 128 \text{ мм}^2$

6) 700 дм^2 $10 \ 006 \text{ см}^2$ $<$ $* \text{ м}^2$

в) $234 \text{ см}^2 \ 586 \text{ мм}^2 < 2 \text{ дм}^2 \ 3* \text{ см}^2 \ * 0 \text{ мм}^2$

- 6 В старину на Руси пользовались такими единицами измерения длины, как верста, сажень, аршин. 1 верста приблизительно равнялась 1 км 67 м и содержала в себе 500 сажень, или 1500 аршин. Скольким метрам приблизительно равна 1 сажень? Сколько сантиметров составляет 1 аршин?

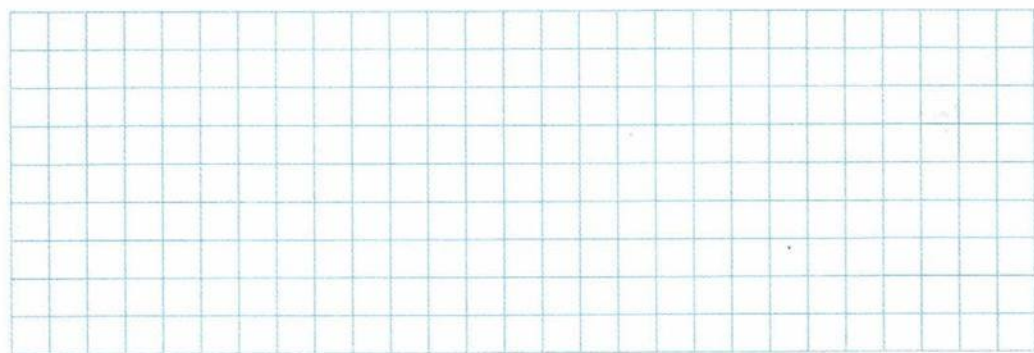
1 сажень = _____ м

1 аршин = _____ см

- 7 Масса сосуда, наполненного жидкостью полностью, — 8 кг. Масса такого же сосуда, наполненного жидкостью наполовину, — 5 кг. Какова масса пустого сосуда?

Масса пустого сосуда _____ кг.

- 8 а) В древнеегипетском календаре високосный год продолжался ровно 365 сут., а астрономический год, то есть время, в течение которого Земля совершает полный оборот вокруг Солнца, продолжается 365 сут. 5 ч 48 мин 46 с. Какой излишек времени сверх 365 сут. накапливался в древнеегипетском календаре за 4 года?



Ответ: _____

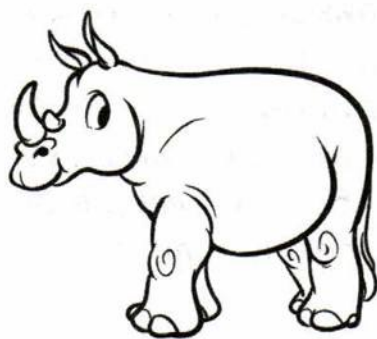
б) Итак, за 4 года в древнеегипетском календаре накапливалась погрешность, составляющая почти полные сутки. Римский император Юлий Цезарь осуществил реформу календаря. Он решил добавлять к концу каждого четвёртого года один день. В то время конец года приходился на месяц февраль. Вот почему февраль високосного года содержит 29, а не 28 дней, а каждый четвёртый год является високосным. Для удобства високосными принято считать годы, обозначенные числом, делящимся на 4. Этот календарь называют юлианским.



Прочитай текст. Представь содержащуюся в нём информацию в табличной форме. Ответь на вопросы и выполни задания, данные после текста.

Звери-великаны

Зверь — это не только тигр, но и безобидный хомячок, не только волк, но и коза. Все они относятся к классу млекопитающих. Всего известно четыре тысячи биологических видов млекопитающих. Животные этого класса весьма разнообразны по своему внешнему виду, повадкам, образу жизни. К классу млекопитающих относится крупнейшее из всех



ныне живущих животных — синий кит. Его длина достигает 33 м, а вес — до 150 т. Пасть у синего кита огромна. Кажется, что он может кого угодно проглотить. На самом же деле это безобидные животные.

Они питаются крошечными рачками планктона. Синий кит в 30 раз тяжелее самого крупного животного суши — африканского слона, в 50 раз тяжелее другого сухопутного великана — африканского носорога. Рост африканского слона достигает 4 м. Носороги рядом со слоном кажутся низкорослыми: их рост всего около 2 м. Эти огромные животные питаются травой и листьями.

Вопросы и задания

1) Исполином среди млекопитающих является бурый медведь. Его вес достигает 750 кг. Во сколько раз носорог тяжелее бурого медведя? На сколько килограммов синий кит тяжелее бурого медведя?

[illegible]

Носорог тяжелее бурого медведя в ____ раз.

Синий кит тяжелее бурого медведя на ____ кг.

2) Одним из самых маленьких млекопитающих на земле является карликовый хомячок, который живёт в Мексике. Он весит примерно 6 г. Во сколько раз карликовый хомячок легче синего кита и носорога? Сколько хомячков уравновесят на весах бурого медведя? На сколько граммов хомячок легче слона?

[illegible]

Карликовый хомячок легче синего кита
в ____ раз, а носорог в ____ раз.

___ хомячков уравновесят на весах бурого медведя.

На г хомячок легче слона.

3) Самыми маленькими обезьянами являются карликовые игрунки, обитающие в лесах Амазонии. Они весят не более 100 г. Сравни вес такой обезьянки с весом каждого из встретившихся в тексте животных.

обезьянка

обезьянка

обезьянка



обезьянка

обезьянка



обезьянка

обезьянка

обезьянка

10 Великий русский математик Н.И. Лобачевский родился в XVIII веке и прожил 64 года, из которых 56 лет он жил в XIX веке. Определи год его рождения и год его смерти.



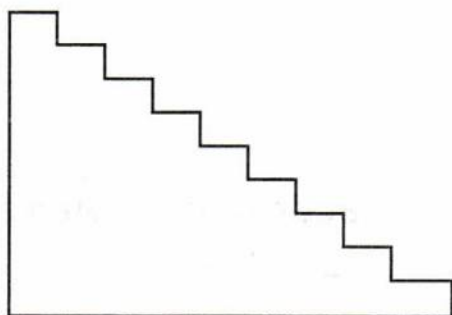
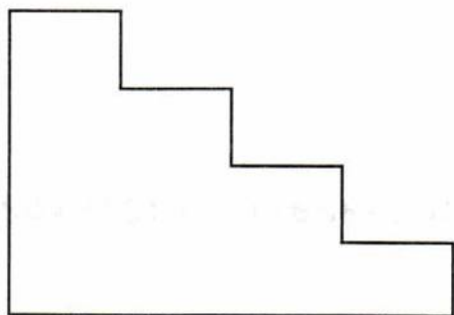
Ответ:

11 Одного человека спросили: «Сколько тебе лет?» Он ответил: «Я вдвое моложе матери и втрое моложе отца. Если сложить вместе число лет отца, матери, моей десятилетней сестры и мои, то получится 106 лет». Сколько лет каждому члену семьи?

Ответ: _____

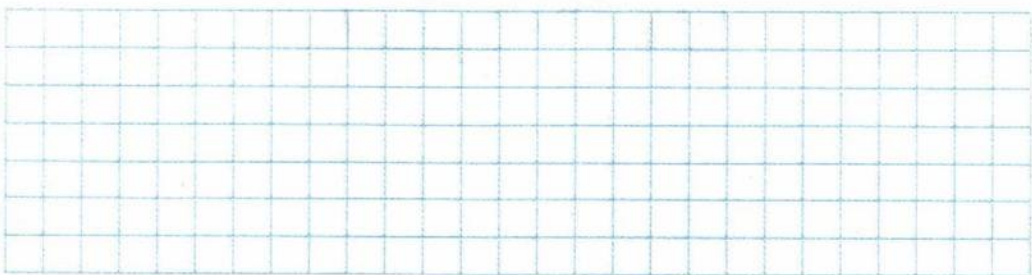
Повторение и закрепление

- 1** Две лестницы, имеющие одинаковую высоту (1 м) и одинаковое основание (2 м), застелены дорожкой. На какой лестнице дорожка длиннее?



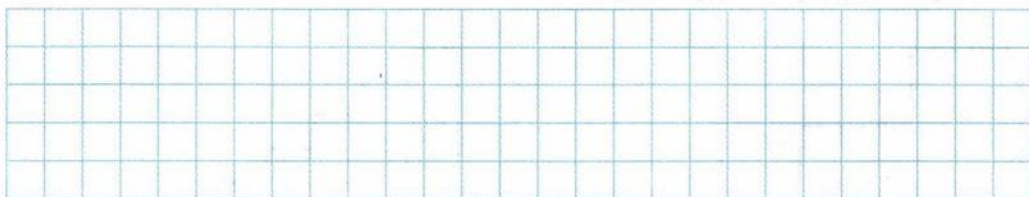
Ответ: _____

- 2** Квадрат площадью 4 м^2 раздели на квадратные сантиметры и выложи из них полосу. Какой длины (в метрах) получилась полоса?



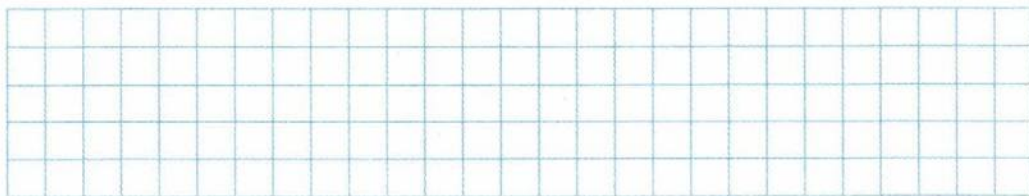
Длина полосы _____ м.

- 3 Отрезок AB , длина которого 20 см, разделён произвольным образом на 2 отрезка. Найди расстояние между серединами этих отрезков.



Расстояние между серединами отрезков _____ см.

- 4 Пачка писчей бумаги в 500 листов имеет высоту 5 см. Какой высоты (в метрах) получится стопка из миллиона таких листов?



Высота пачки бумаги _____ м.

Сложение и вычитание



Ключ:
$$\begin{array}{r} + 2\triangle\triangle 36 \\ * 1\square 2\square 9 \\ \hline * 39 \uparrow 1\square \end{array}$$

$$2\triangle\triangle36 + *1\square2\uparrow9 + \square * \triangle 2 = * \triangle \square\square\square\uparrow$$

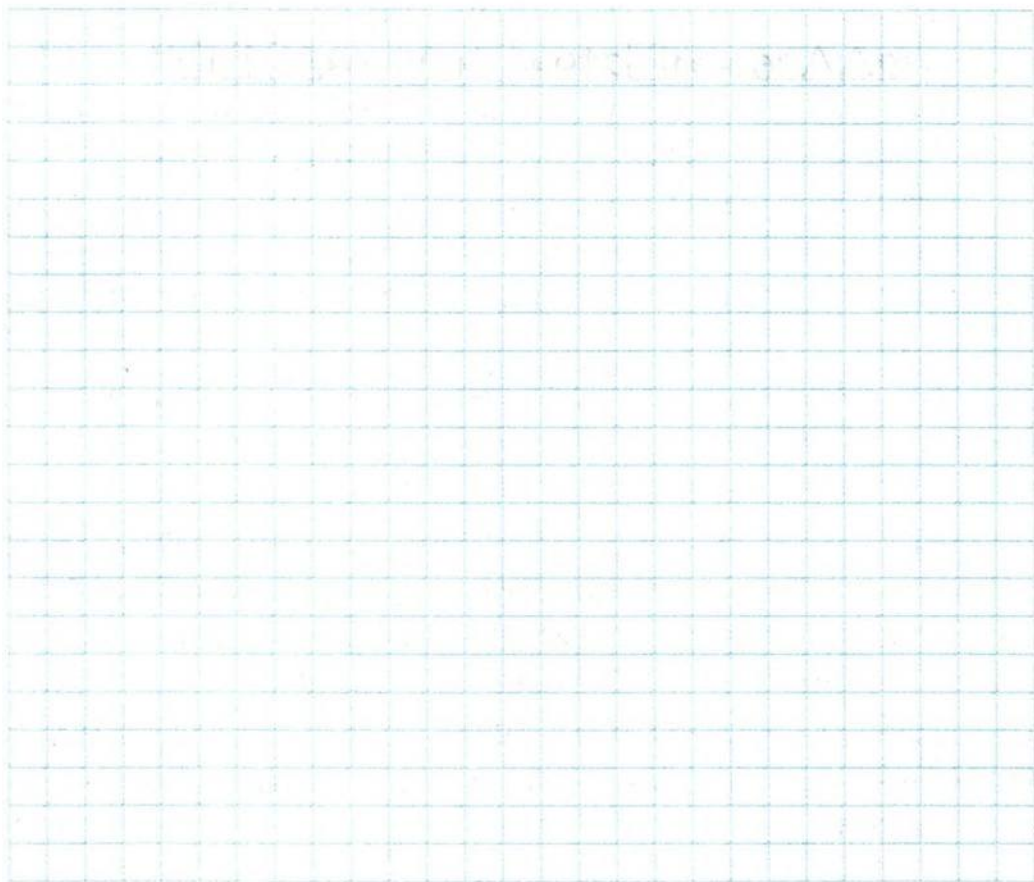
Запиши получившийся пример.

[illegible]

- 2 Расшифруй пример, воспользовавшись предлагаемым ключом.

$$\begin{array}{r} \text{Ключ: } 2\square\uparrow 5* \\ - 6a\uparrow 6 \\ \hline *9605 \end{array}$$

$$2\square\uparrow 5* - 6a\uparrow 6 + *5\square\uparrow a\Delta = \square * \Delta\Delta\uparrow$$



Запиши получившийся пример.





Вычитать многозначные числа в столбик, так же как и складывать, сначала научились в Древней Индии. Так же, как и сложение, древние индийцы начинали выполнение вычитания с наивысших разрядов. Те цифры, от которых приходилось занимать единицу, чтобы «раздробить» её в десяток низших разрядных единиц, они стирали и записывали на место стёртой новую, на единицу меньшую цифру. Так же поступали и с цифрами ответа, которые изменялись при вычитании цифр следующих разрядов. В Индии черновые вычисления выполняли на доске, посыпанной песком. Поэтому такой способ был достаточно удобен.

Индийский способ вычитания переняли арабы. Но они не стирали цифры, а перечёркивали их, записывая новую цифру над или под перечёркнутой. Это было очень неудобно. Тогда арабские математики усовершенствовали индийский приём письменного вычитания. Они стали начинать действие с низших разрядов, то есть разработали тот способ вычитания, который мы используем в настоящее время.

Задания

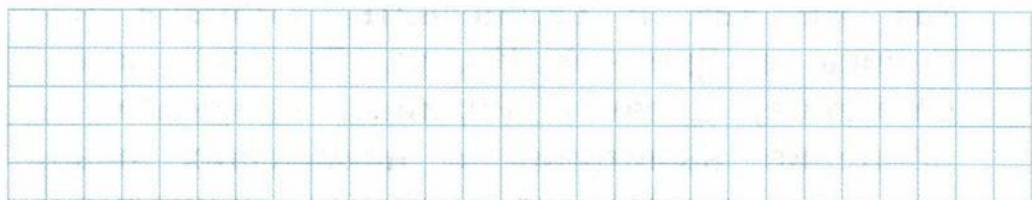
1) Выполни вычитание современным способом и древнеиндийским способом. Результат проверь сложением.

а)
$$\begin{array}{r} \underline{24079} \\ - 18541 \\ \hline \end{array}$$

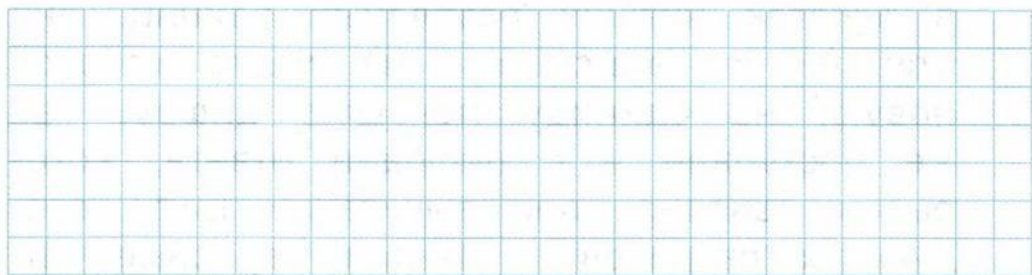
б)
$$\begin{array}{r} \underline{841057} \\ - 27243 \\ \hline \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} \underline{800546} \\ - 24842 \\ \hline \end{array}$$

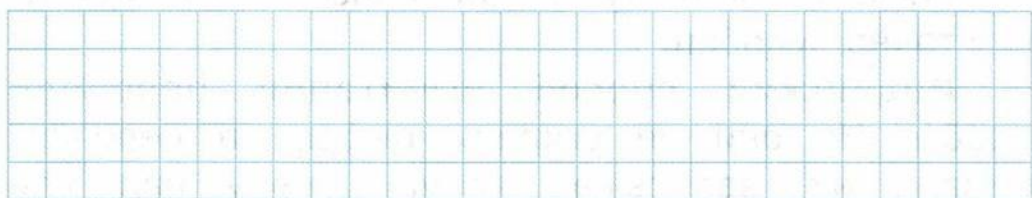
Современный способ.



Древнеиндийский способ.



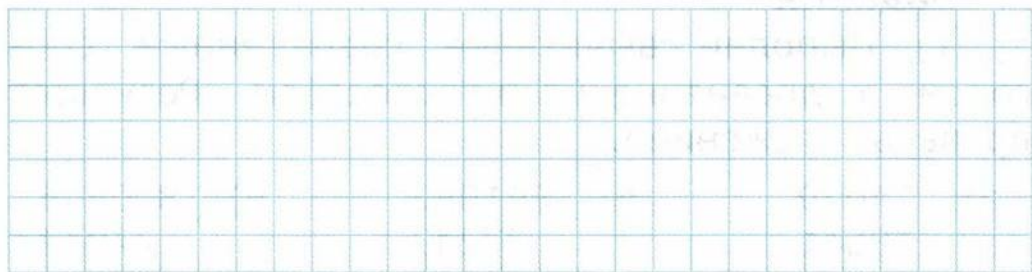
Проверка.



2) Прокомментируй примеры на вычитание, решённые древнеиндийским способом.

$$\begin{array}{r} 23 \\ \text{а) } - 3469 \\ \hline 1572 \\ \hline 2997 \\ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 79 \\ \text{б) } - 8007 \\ \hline 5642 \\ \hline 3465 \\ 23 \end{array}$$



Решение уравнений



Тетеревов было _____, деревьев _____.

2

a) $x + 12 = y - 10$

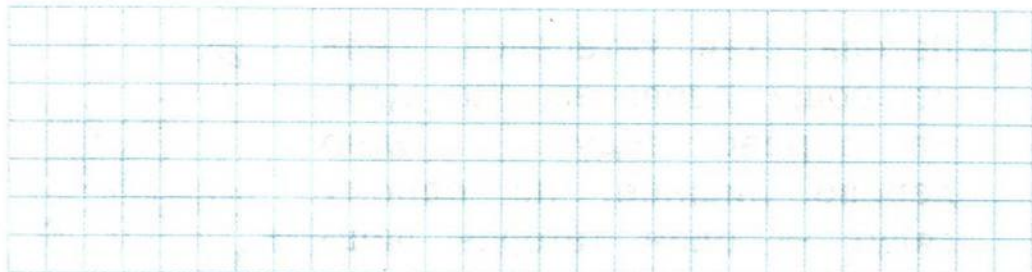
$$6) \ x - 210 + 42 = y - 218 + 42$$

B) $x + x + x - 54 = y \cdot 3$

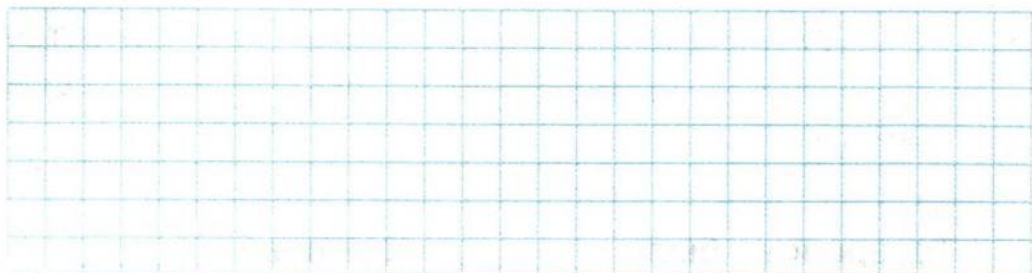
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small squares formed by thin, light blue lines. There are approximately 20 columns and 18 rows of squares across the page. The margins are consistent on all sides.

3 Реши уравнения.

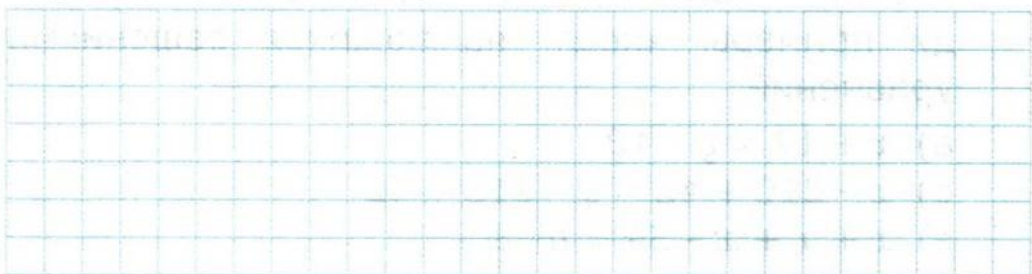
а) $x + 48 + x \cdot 3 = 72$



б) $x + 248 = y + 142$, если x — двузначное число, делящееся на 9 и на 10.



в) $x \cdot 2 + y = 98$, если y — двузначное число, делящееся на 7 и на 6.

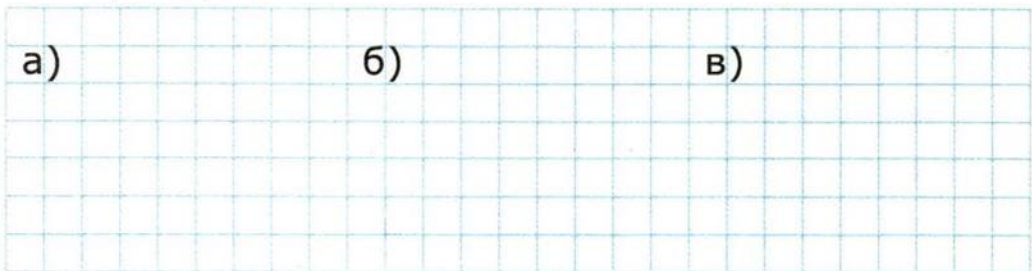


Проверка.

а)

б)

в)



Сложение и вычитание величин

1 Заполни пропуски.

а) 2 м 17 см > 2 м дм

б) 1848 см < 1 м 5 дм

в) 8 кг 348 г < 8 49 г

г) 1545 кг > т 445 кг

2 Проверь, правильно ли Чиполлино расставил знаки сравнения. Найди и исправь ошибки.

а) 5 кг 348 г > 3 т 348 г

б) 34 км 58 м < 34 158 м

в) 5 м 22 см > 5 м 3 дм

г) 1 ч 48 мин < 118 мин

д) 4 т 74 кг > 4074 кг

е) 3 ч 10 м = 190 мин



Измени условие задачи или её вопрос, чтобы она решалась предложенным ниже способом. При необходимости добавь недостающие данные или убери лишние.

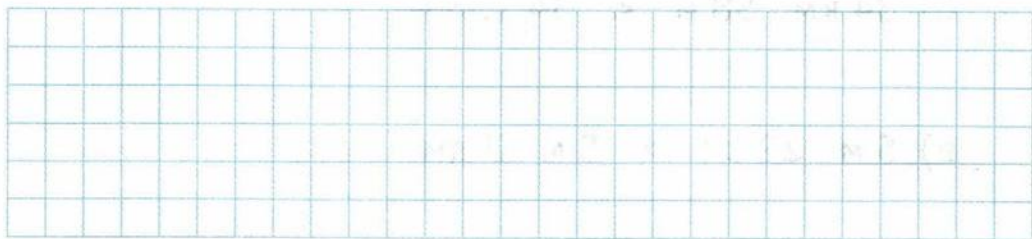
Задача:

Поезд вышел со станции в 16 ч 45 мин и, двигаясь без остановок, прибыл в пункт назначения в 20 ч 15 мин. Каково расстояние между станцией отправления и пунктом назначения, если средняя скорость поезда 60 км/ч?

Предлагаемые решения.

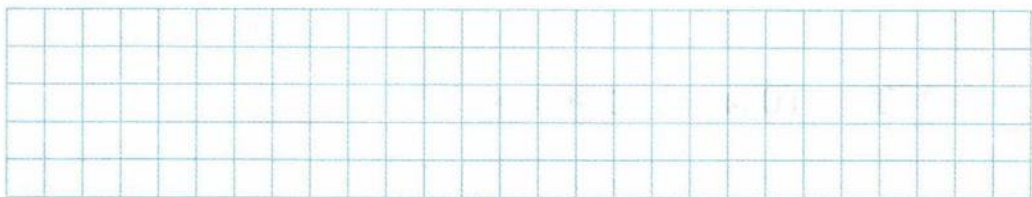
Вариант 1

- 1) $20 \text{ ч } 15 \text{ мин} - 16 \text{ ч } 45 \text{ мин} = 3 \text{ ч } 15 \text{ мин}$
 $15 \text{ мин} = 1/4 \text{ ч}$
2) $60 \cdot 3 + 60 : 4 = 195 \text{ км}$



Вариант 2

- 1) $20 \text{ ч } 15 \text{ мин} - 16 \text{ ч } 45 \text{ мин} = 3 \text{ ч } 30 \text{ мин}$
 $3 \text{ ч } 30 \text{ мин} = 3 \cdot 60 + 30 = 210 \text{ мин}$
2) $210 : 210 = 1 \text{ км/ч}$



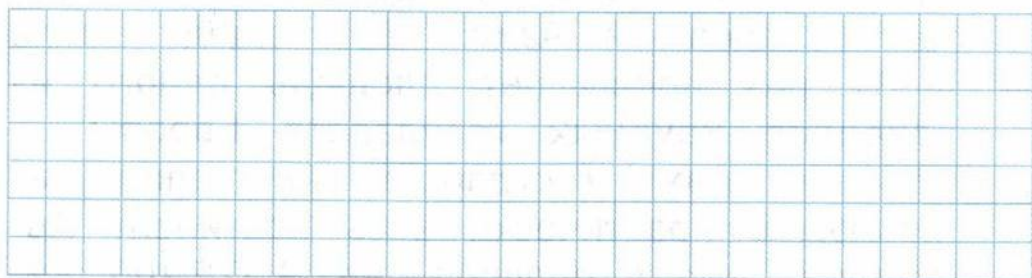
Вариант 3

1) $20 \text{ ч } 15 \text{ мин} - 16 \text{ ч } 45 \text{ мин} = 3 \text{ ч } 30 \text{ мин}$

2) $17 \text{ ч } 15 \text{ мин} - 16 \text{ ч } 45 \text{ мин} = 30 \text{ мин}$

$30 \text{ мин} = 1/2 \text{ ч}$

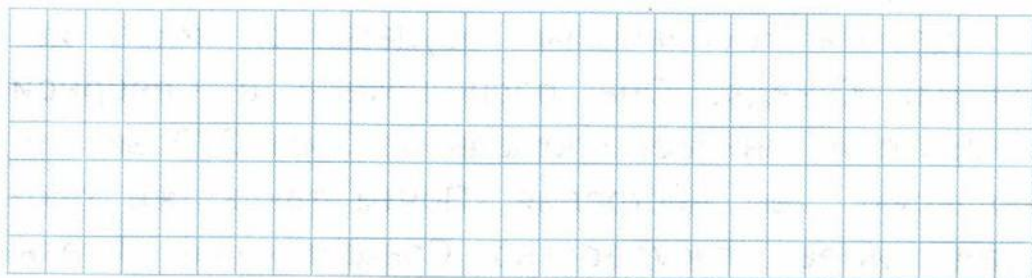
3) $60 \cdot 3 + 60 : 2 - 60 : 2 = 180 \text{ км}$



Вариант 4

1) $20 \text{ ч } 15 \text{ мин} - 16 \text{ ч } 45 \text{ мин} - 15 \text{ мин} =$
 $= 3 \text{ ч } 15 \text{ мин}$

2) $210 - (60 \cdot 3 + 60 : 4) = 15 \text{ км}$



Повторение и закрепление

1 Знаешь ли ты, что наша страна — самая большая в мире? Её площадь 17 075 400 км². Она располагается в двух частях света — Европе и Азии. Её площадь почти в 31 раз превышает площадь одного из наиболее крупных государств Европы — Франции. Даже государство Австралия, занимающее практически весь континент Австралия, имеет площадь на 9 375 400 км² меньшую, чем Россия.

Одним из крупнейших государств Азии является Китай. На его территории может уместиться чуть больше 17 Франций.

Другим крупнейшим государством мира является Канада. Она расположена в Северной Америке и занимает площадь на 2 млн 270 тыс. км² большую, чем Австралия. Почти такую же площадь имеет государство Соединённые Штаты Америки. Его территория всего на 606 800 км² меньше территории Канады.

Крупнейшим государством Южной Америки является Бразилия. На её территории может уместиться более 15 Франций.

В Африке нет государств с очень большой площадью. Крупнейшим из африканских государств является Алжир, площадь которого

меньше площади Бразилии более чем в 3 раза, но менее, чем в 4 раза.

Представь информацию, имеющуюся в тексте, в табличной форме и расположи страны в порядке убывания их площади.

Название государства	Площадь государства

2 Как только люди научились писать, у них появилась необходимость зашифровывать некоторые свои послания. Методы секретной переписки были изобретены одновременно и независимо друг от друга в разных древних государствах. Один из самых удачных способов шифрования в древности был изобретён в Древней Греции Полибием. Механизм его состоит в следующем: в прямоугольник определённого размера, разбитый на клетки, вписываются буквы.

Каждая буква шифруется номером строки и столбца, в которых она находится. Буквы располагаются хаотично. Поэтому расшифровка требует наличия определённого ключа. Этот способ шифрования получил название «полибианский квадрат». Вам предлагается расшифровать с помощью такого квадрата и ключа к нему предлагаемое слово.

	123	989	451	866	342	538
231	г	к	б	д	е	п
763	в	а	ж	я	м	т
845	р	з	л	о	н	х
998	п	и	с	у	ф	ц
339	щ	ч	э	ю	ш	й

Каждая буква зашифрована шестизначным числом, первые три цифры которого соответствуют числу, записанному в той строке, где находится буква, а последние три — столбцу, в котором находится эта буква. Расшифруй, как называется область знаний, связанная с шифрованием и дешифрованием информации.

Ключ:

1) В классе тысяч числа записаны три различные цифры, называемые при счёте друг за другом; в классе единиц числа средняя цифра на 1 меньше крайних.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2) Все цифры числа различны, первая цифра делится на вторую, цифра тысяч равна сумме цифр десятков и единиц.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3) Цифры в классе тысяч такие же, как и цифры в классе единиц; старшая цифра класса тысяч такая же, как и старшая цифра класса единиц.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4) Нечётное число, сумма старших цифр каждого класса которого равна наименьшему двузначному числу.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5) В этом числе сотен тысяч на 1 меньше, чем единиц, а тысяч столько же, сколько и десятков.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

6) Каждый класс начинается с одной и той же цифры; цифры десятков тысяч и десятков — соседние для цифры тысяч.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

7) Две первые цифры и две последние образуют одно и то же двузначное число.

[illegible]

8) Сотен тысяч в 2 раза больше, чем десятков тысяч, а тысяч столько, сколько десятков и единиц вместе.

9) Цифра сотен и цифра единиц одинаковы и равны сумме цифр тысяч и десятков тысяч, а сотен тысяч на 1 меньше, чем десятков.

[illegible]

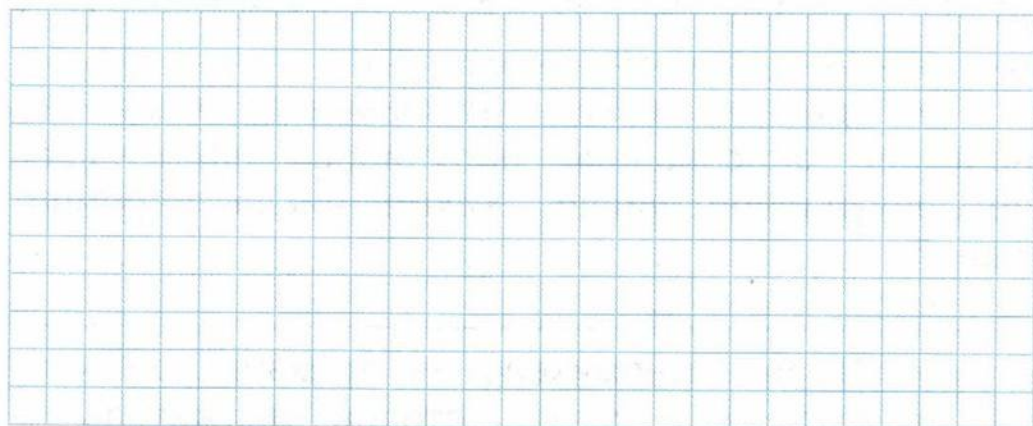
10) Первые три цифры образуют наибольшее чётное трёхзначное число, а цифра тысяч делится и на цифру десятков, и на цифру единиц.

11) Цифры числа можно разбить на 2 группы по признаку равенства.

12) Сотен тысяч на 1 больше, чем десятков тысяч, а одна из цифр числа повторяется столько раз, сколько в числе тысяч.

	Число	Буква
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Автор знаменитых детективов Артур Конан Дойл создал шифр «пляшущие человечки», с которым ты можешь встретиться на страницах его произведений о Шерлоке Холмсе. Зашифруй имя создателя этого шифра с помощью данного полибианского квадрата и составь ключ к шифру.



Умножение на однозначное число

1 Запиши числа.

1) При умножении некоторого числа на 5 получилось число, оканчивающееся нулём. Запиши цифры, которыми может оканчиваться данное число.

2) Запиши наименьшее трёхзначное число, при делении которого на 3 получится трёхзначное число.

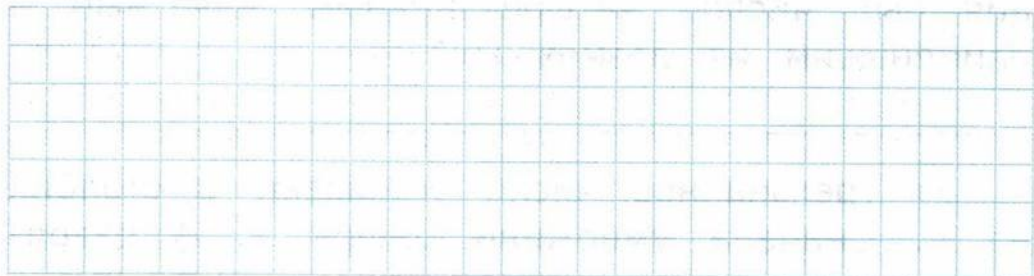
3) Запиши наибольшее двузначное число, при умножении которого на 4 получается двузначное число.

4) Запиши цифры, которые могут стоять в разряде единиц многозначного числа, чтобы при умножении цифры десятков этого числа на 5 к произведению прибавлялось 3.

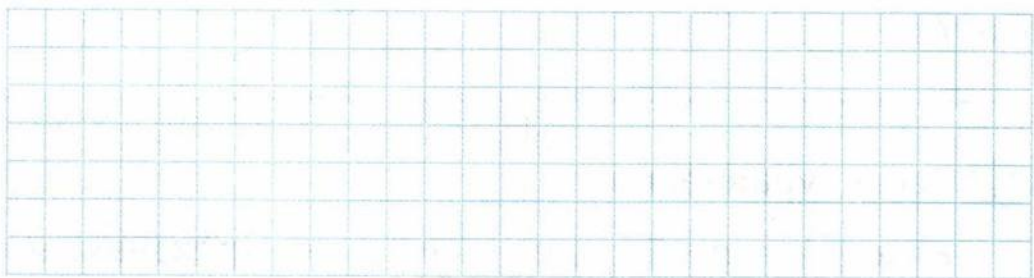
5) При умножении трёхзначного числа на нечётное однозначное получилось наименьшее четырёхзначное число. Какие числа перемножали?

6) Первый множитель — трёхзначное число, в котором 5 сотен, второй множитель —

в) $(x + 155) \cdot 3 = y \cdot 3$, где x и y — трёхзначные числа и x и y делятся на 155



г) $x \cdot 10 = y + 149$, где x и y — трёхзначные числа



Деление на однозначное число

- 1** Таня, Маша, Валя и Галя — подружки. Две из них ровесницы. Таня старше Маши, которая моложе Гали. Таня моложе Вали, которая старше Гали. Кто из этих девочек ровесницы? Реши задачу с помощью графа.

Таня

Галя

Валя

Маша

Ровестицы _____.

- 2** а) Делимое больше делителя в 7 раз, а делитель больше частного в 453 раза. Чему равны делимое, делитель и частное?

This is a full-page image of a blank sheet of graph paper. The grid consists of small squares formed by thin, light blue horizontal and vertical lines. There are approximately 20 columns and 18 rows of squares visible. The paper has a slightly off-white or cream color.

Делимое _____

Делитель _____

Частное _____

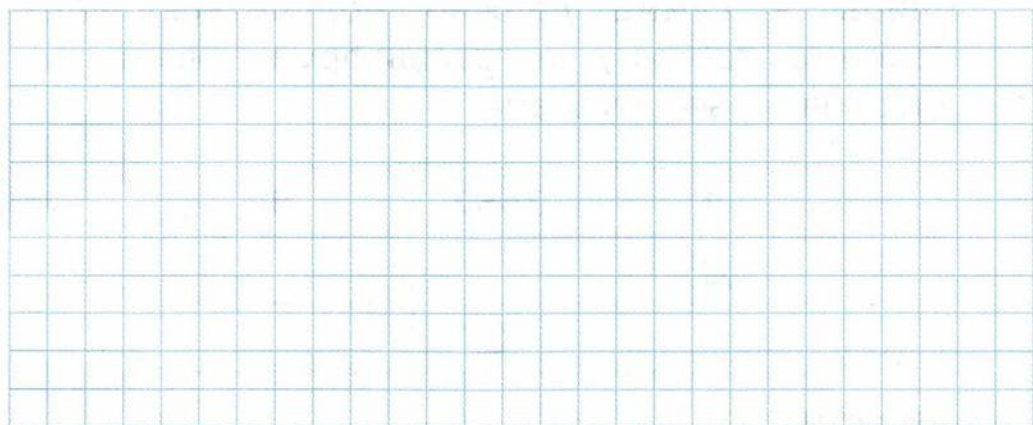
Множитель _____

Произведение _____

a) $1041 : \beta$ $\begin{cases} \rightarrow 647 \\ \rightarrow 464 \\ \rightarrow 1621 \end{cases}$

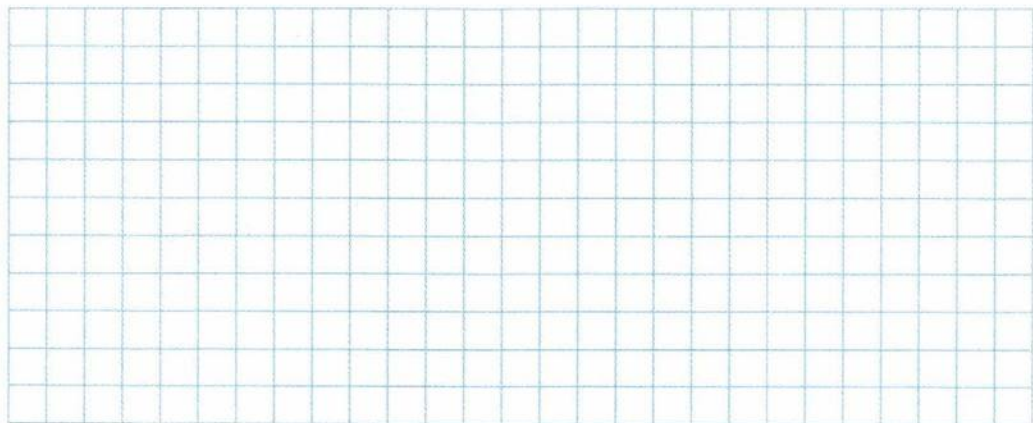
В — это _____

$$6) 2915 : c \begin{cases} \rightarrow 8c^3 \\ \rightarrow 8c^3 \\ \rightarrow 3c \end{cases}$$



c — это _____

$$в) 3304 : x \begin{cases} \rightarrow 1x^3 \\ \rightarrow 28x^1 \\ \rightarrow 4x^2 \end{cases}$$



x — это _____

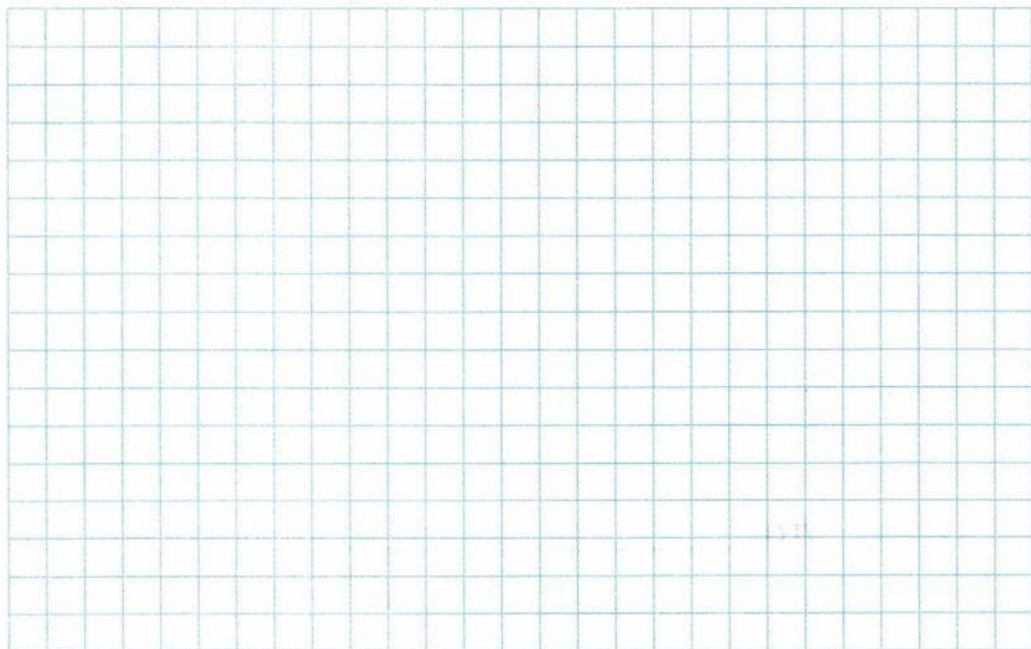
Повторение и закрепление

- 1** В каждом столбце и в каждой строке таблицы в сумме должно получиться 8273. Заполни таблицу и расшифруй числа, зашифрованные буквами.

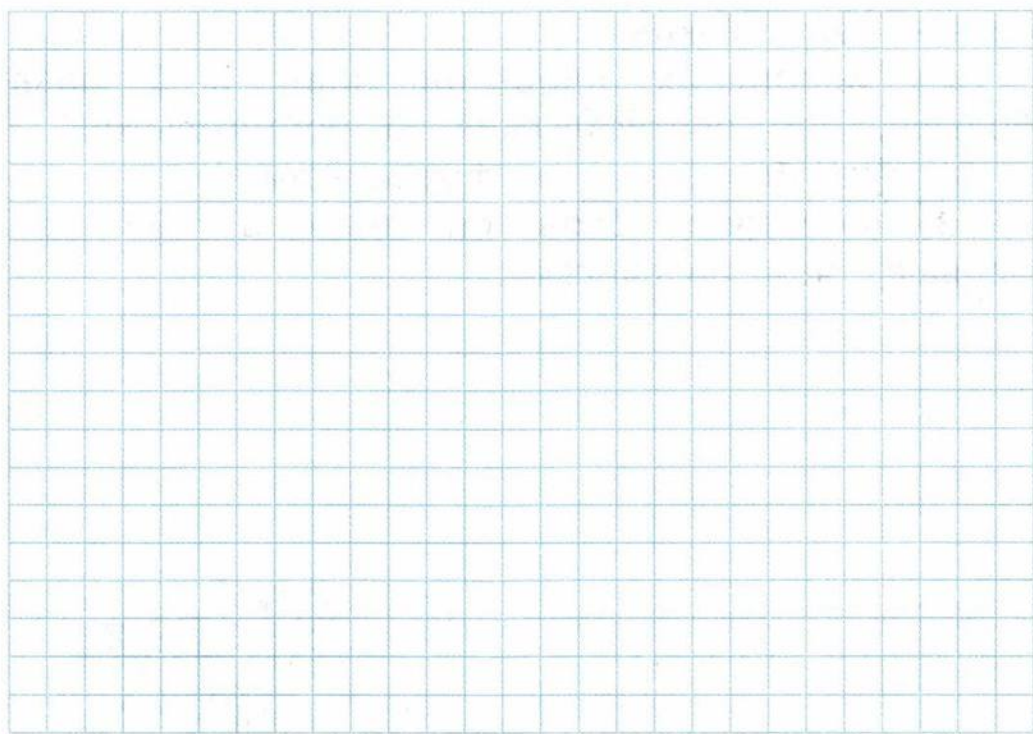
<i>A</i>	3457	<i>B</i>
<i>Д</i>		
	<i>С</i>	

Известно:

- 1) $A > B$ в 3 раза;
- 2) $C < A$ в 4 раза;
- 3) $Д$ в 13 раз меньше числа, записанного справа.



- 2 Петя и Вася играют так: каждый из них записывает на бумаге по одному числу. Потом эти числа перемножаются, и если в результате получится чётное число, то выигрывает Петя, а если нечётное число, то выиграет Вася. Может ли один из мальчиков играть так, чтобы выигрывать постоянно, как бы ни играл второй мальчик?



Ответ: _____

Умножение и деление на однозначное число

1 Попугай капитана Флинта знал слова из английского, испанского, португальского, французского и немецкого языков. Всего он знал 1656 слов. Сколько слов из каждого языка он знал, если известно, что:

1) четвертая часть всех известных ему слов — английские;

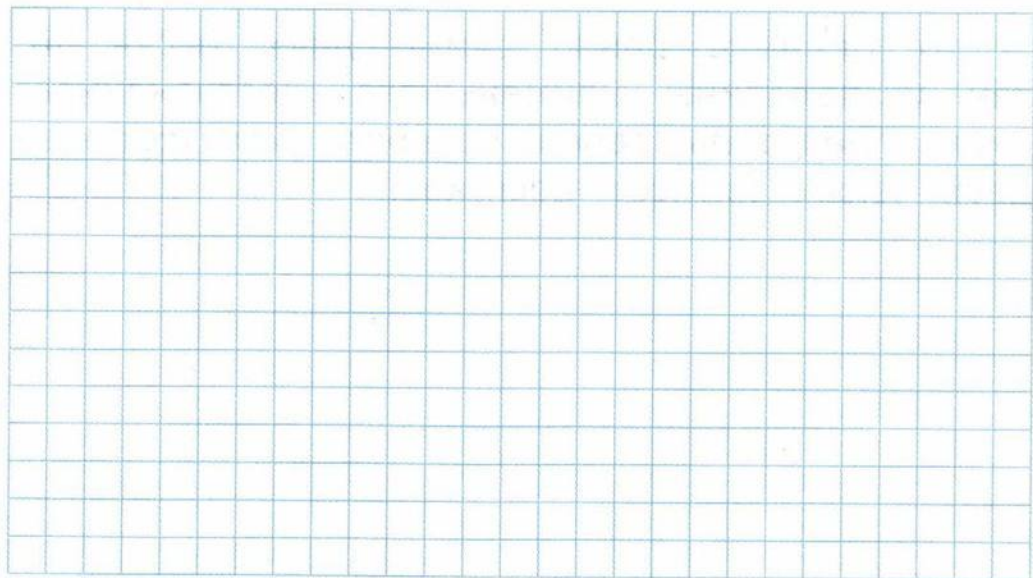
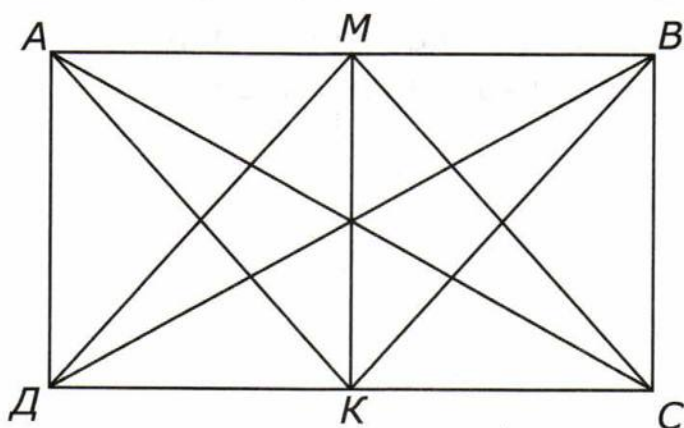
2) испанских слов он знал в 2 раза больше, чем португальских, а португальских — в 3 раза больше, чем французских;

3) немецких слов он знал в 207 раз меньше, чем английских.



Виды треугольников

- 1 На чертеже изображён прямоугольник $ABCD$, в котором проведены отрезки. Сколько существует треугольников, одна из вершин которого находится в точке A , а две другие в других обозначенных на чертеже точках? Определи виды этих треугольников.



Умножение и деление на числа, оканчивающиеся нулями

1 Запиши числовые выражения и найди их значения.

а) Произведение тринадцати сотен и суммы, первому слагаемому в которой не хватает до пятидесяти сотен двух десятков, а второе слагаемое на 35 десятков меньше, чем наибольшее четырёхзначное число.

б) Делимое равно сумме двух тысяч сотен и половины наименьшего шестизначного числа, делитель равен разности 750 сотен и двух тысяч пятисот десятков.



Вариант 1

1) При делении этого числа на 6 получается остаток 8;

☐ ЛОЖНО☐ ИСТИННО

2) это число больше, чем 18 901, но меньше, чем 18 910;

☐ ложно ☐ истинно

3) остаток от деления этого числа на 60 не больше 3.

☐ ложно ☐ истинно

Вариант 2

1) Это число больше 812, но меньше 820;

☐ ложно ☐ истинно

2) при делении этого числа на 40 получается неполное частное 315;

☐ ложно ☐ истинно

3) при делении этого числа на 10 получается остаток 2.

☐ ложно ☐ истинно

Вариант 3

1) Это число делится на 5;

☐ ложно ☐ истинно

2) это число при делении на 3 даёт остаток 2;

☐ ложно ☐ истинно

3) это число больше 860, но меньше 870.

☐ ложно ☐ истинно

Вариант 4

1) Это число нечётное;

☐ ложно ☐ истинно

2) это число делится на 10 и на 20;

☐ ложно

☐ истинно

3) это число оканчивается нулём, оно больше 1110, но меньше 1150.

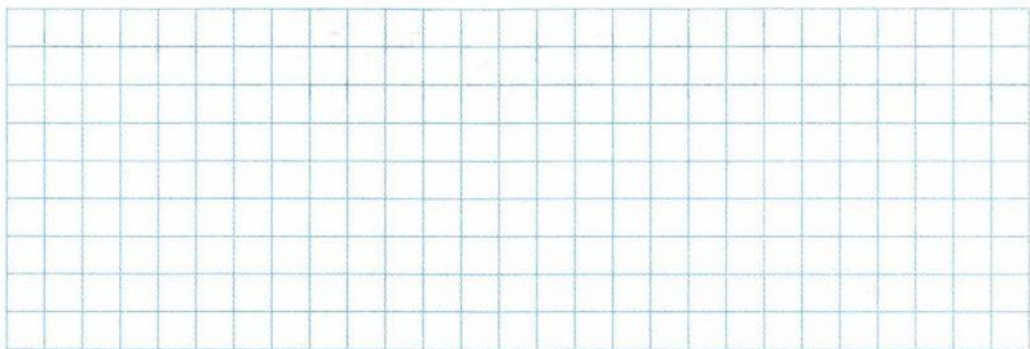
☐ ложно

☐ истинно

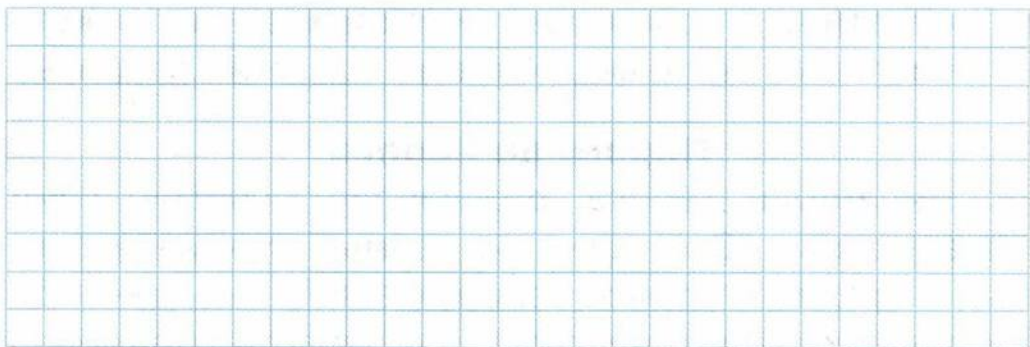


3) Реши уравнения.

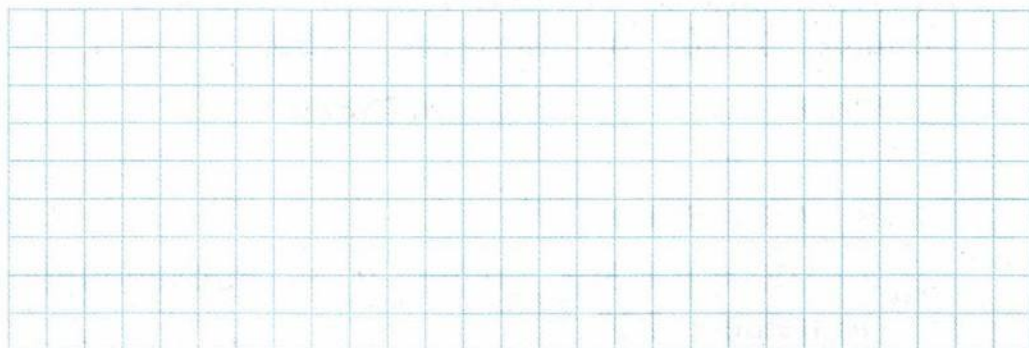
а) $x \cdot 100 = y + 395$, если y — трёхзначное число, меньшее 200



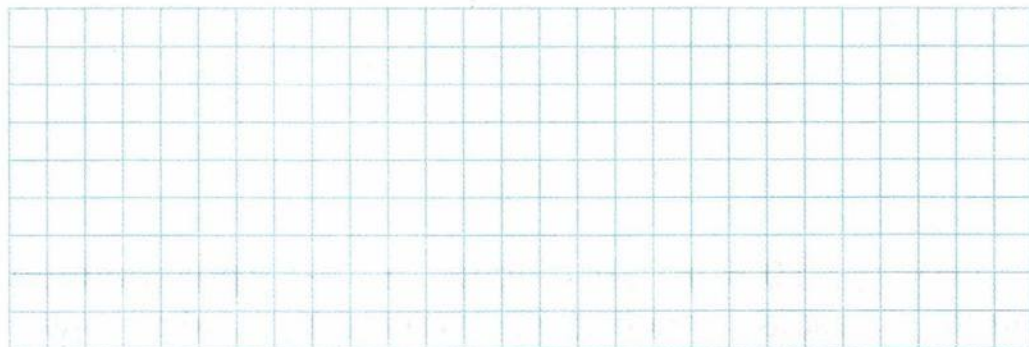
б) $y : 10 = x \cdot 10$, если x — трёхзначное число, каждая последняя значащая цифра числа y на 1 больше предыдущей; число, образованное значащими цифрами числа y , делится на 5



в) $x + 372 = y \cdot 10$, если y — трёхзначное число, а x — наименьшее из всех возможных чисел



г) $x \cdot 300 = y + y + y$, если x — однозначное чётное число, делящееся на 3



Прочитай внимательно текст. Сформулируй к нему вопросы, на которые ты можешь ответить, используя имеющиеся в тексте числовые данные. Ответь на эти вопросы.

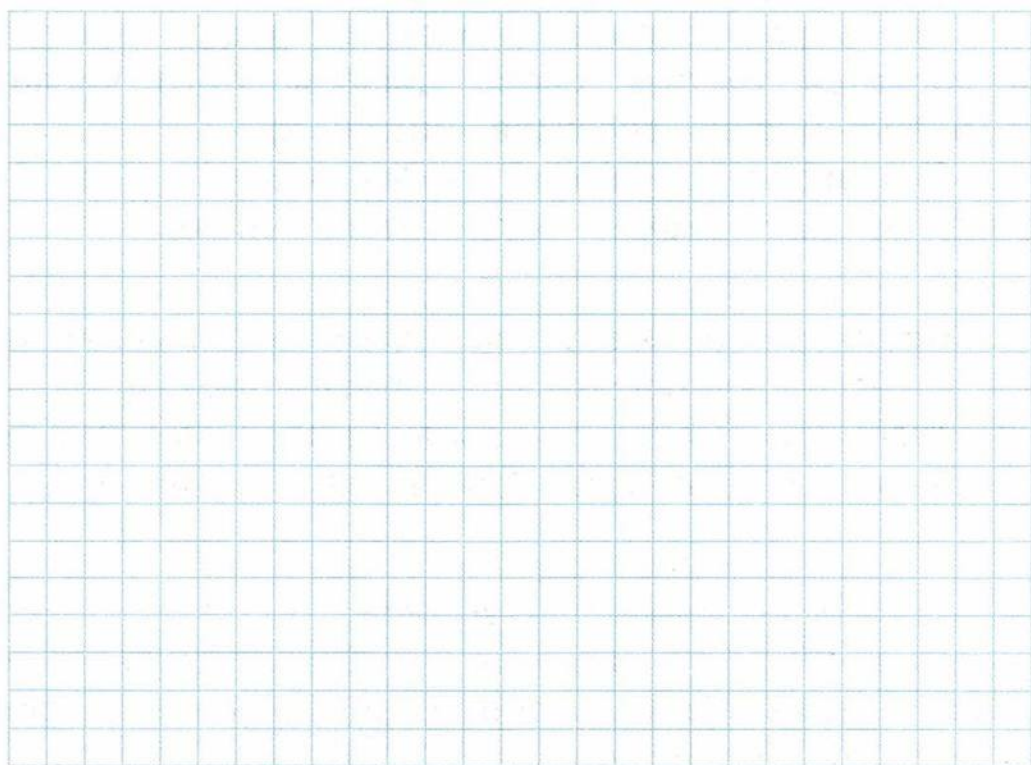
Пирамида Хеопса

Пирамида Хеопса возглавляет список семи чудес света. Это одно из самых монументальных архитектурных сооружений, когда-либо созданных человечеством. Её высота примерно

равна высоте небоскрёба из 49 этажей, если высота каждого его этажа 3 м. Пирамида занимает огромную площадь. Её основание — квадрат со стороной 230 м.

Пирамида строилась из каменных блоков, длина которых 1 м 45 см, ширина 80 см. Пирамида состоит из 128 слоёв таких каменных плит. Весит один такой блок около семи с половиной тонн.

Самой трудной частью работы была установка вершины пирамиды — пирамидиона. Площадка, на которой устанавливался пирамидион, представляет собой квадрат со стороной 10 м. При установке пирамидиона строителям приходилось работать на высоте 137 м.





Какие числа обозначены буквами x и y , если известно, что:

1) x — трёхзначное число; в числе y столько цифр, сколько их будет в числе x , если его умножить на 1000;

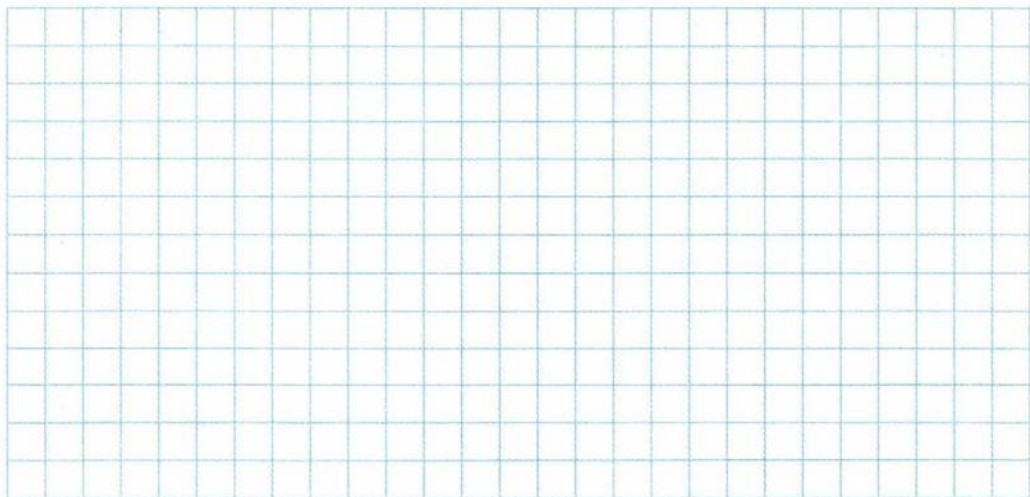
2) самая старшая цифра числа y равна цифре сотен числа, полученного при умножении числа x на 100;

3) сумма цифр единиц и сотен числа x равна сумме старших цифр класса единиц и класса тысяч числа y и равна наименьшему двузначному числу;

4) разность цифр единиц и сотен числа x равна цифре десятков этого числа и на 1 больше цифры сотен этого числа;

5) вторая справа значащая цифра числа y является третьей слева цифрой этого числа и равна цифре десятков числа x ;

6) цифра десятков тысяч числа y в 3 раза больше цифры сотен этого числа.





Угадай число, если про него известно:

Вариант 1

- 1) при делении этого числа на 90 получается неполное частное 49;
- 2) частное этого числа и 5 записано тремя одинаковыми цифрами.

Это число _____

Вариант 2

- 1) остаток от деления этого числа на одно из однозначных чисел равен 7, а неполное частное — 349;
- 2) в записи этого числа есть повторяющиеся цифры.

Это число _____

Вариант 3

- 1) оно делится без остатка на все круглые двузначные числа, кроме 70 и 90;
- 2) это число на 200 меньше, чем пятизначное число с тремя нулями на конце;
- 3) первые две цифры в записи этого числа одинаковые.

Это число _____

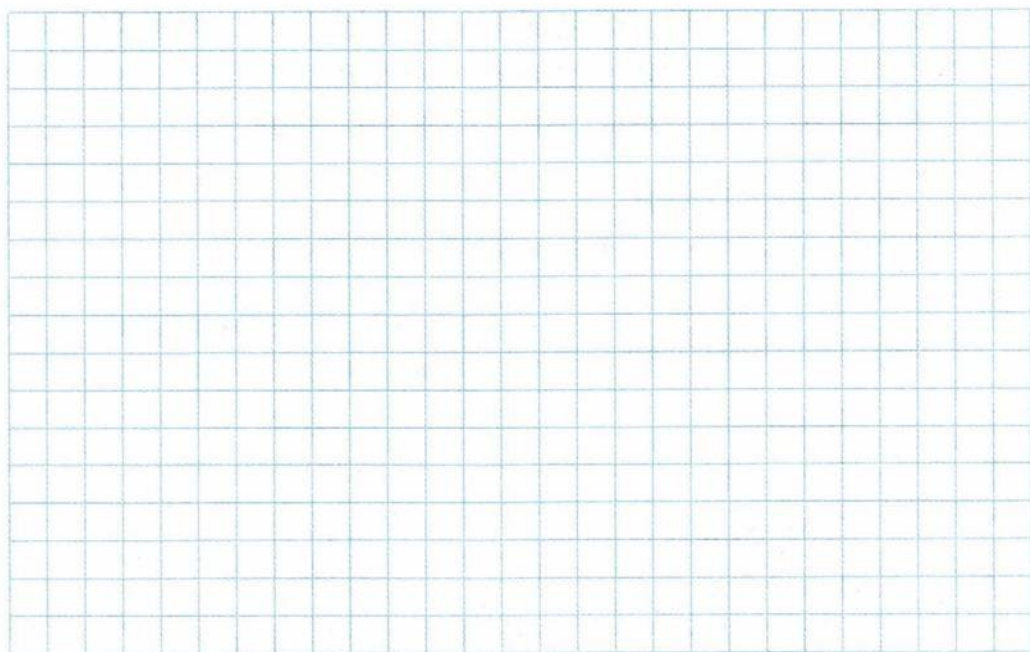
Вариант 4

- 1) остаток при делении этого числа на 20 является круглым числом;
- 2) если отбросить от этого числа последнюю цифру и полученное число разделить на 5, то частное будет равно 139.

Это число _____

Умножение и деление на двузначные и трёхзначные числа

1 В сутки 1 человек поглощает в среднем 600 г кислорода и выдыхает 750 г углекислого газа. В солнечный день 1 га леса поглощает около 240 кг углекислого газа и выделяет около 200 кг кислорода. Один автомобиль в среднем выбрасывает в атмосферу за 1 сут. 550 г углекислого газа. Какую площадь должны занимать леса вокруг города, в котором проживает 150 тысяч человек и каждый двадцатый житель города имеет автомобиль, для обеспечения населения кислородом и поглощения выделяемого углекислого газа?



2 Известно, что при содержании животных на фермах или в личном хозяйстве скапливается большое количество навоза. Навоз — прекрасное удобрение для почвы. Однако когда его оказывается слишком много, он беспорядочно сваливается или в избытке вывозится на поля. В этом случае навоз в большом количестве смывается в водоёмы талой и дождевой водой. Это нарушает естественный режим жизни водоёмов и приводит к их заражению возбудителями различных болезней. Поэтому при правильном ведении хозяйства необходимо рассчитывать оптимальное количество скота на имеющиеся площади земли. Разработай проект организации фермерского хозяйства на площади 50 соток, 200 соток, 15 000 м², если норма внесения навоза составляет 12 тонн на 1 га в год.

1 сотка = 100 м².

Воспользуйтесь данными таблицы.

	Виды животных	Кол-во тонн навоза от одного животного в год
1	Корова	10 т
2	Лошадь	8 т
3	Телёнок	2 т
4	Свинья	2 т
5	Овца	1 т 500 кг



В 1927 г. Чарльз Линдберг впервые совершил межконтинентальный перелёт на самолёте. Его полёт из Нью-Йорка в Париж длился 33 ч. За это время он преодолел расстояние, равное примерно 5742 км. Какая скорость была у первого межконтинентального самолёта? Сравните её со скоростью первого поднявшегося в воздух аэроплана. За какое время это путешествие можно было совершить на первом сверхзвуковом пассажирском самолёте?

Для решения задачи воспользуйтесь информацией, представленной в приведённых ниже сообщениях. Оцените эту информацию с точки зрения полноты и актуальности для решения поставленной задачи.

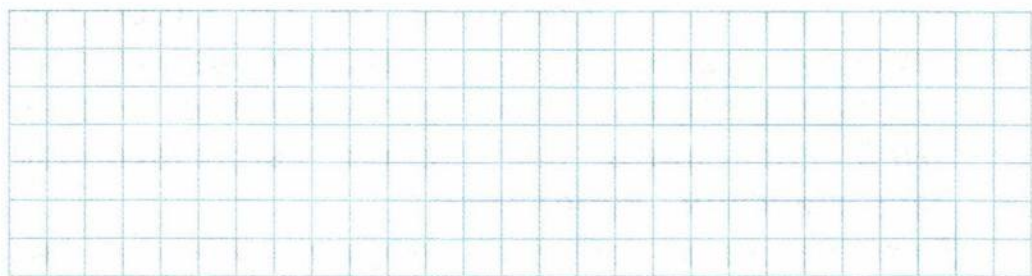
Информация

1) «Пионерами полётов на аэроплане стали американцы братья Райт. В 1903 году их аэроплан, работающий на керосине, поднялся в воздух и пролетел 32 м».

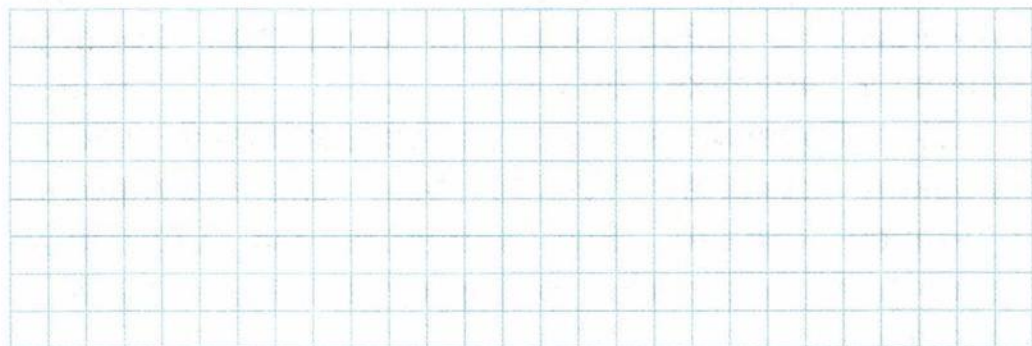
2) «Впервые аппарат, который, будучи тяжелее воздуха, оказался способным подняться в воздух, соорудили американцы братья Райт. В 1903 году их аэроплан продержался в воздухе 60 с».

3) «Первый в мире сверхзвуковой пассажирский самолёт Ту-144 был сконструирован в нашей стране. Его скорость на 1312 км/ч превышала скорость распространения звука в воздухе».

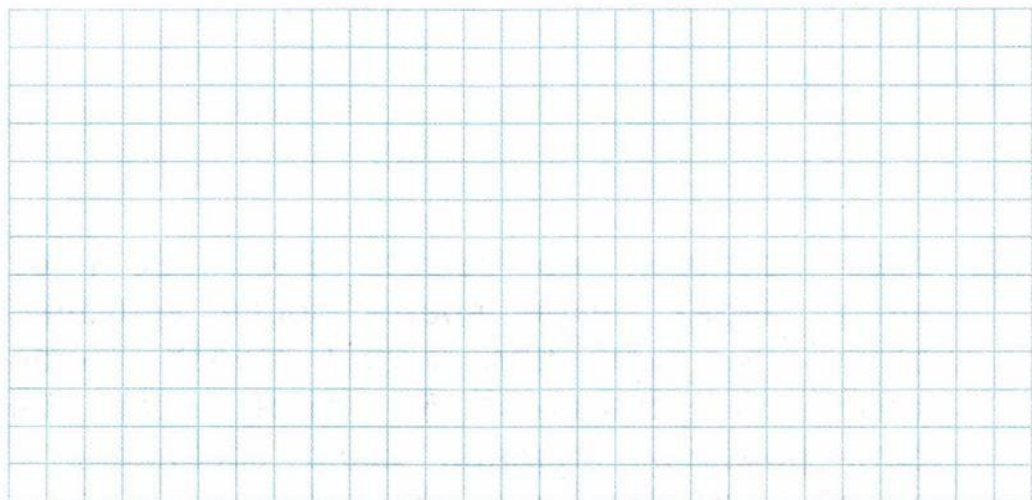
4) «Скорость распространения звука в воздухе в обычных условиях 330 м/с. Скорость распространения звука в воде — в 5 раз больше, чем в воздухе, а скорость распространения звука в твёрдом теле — в 3 раза больше, чем в воде».



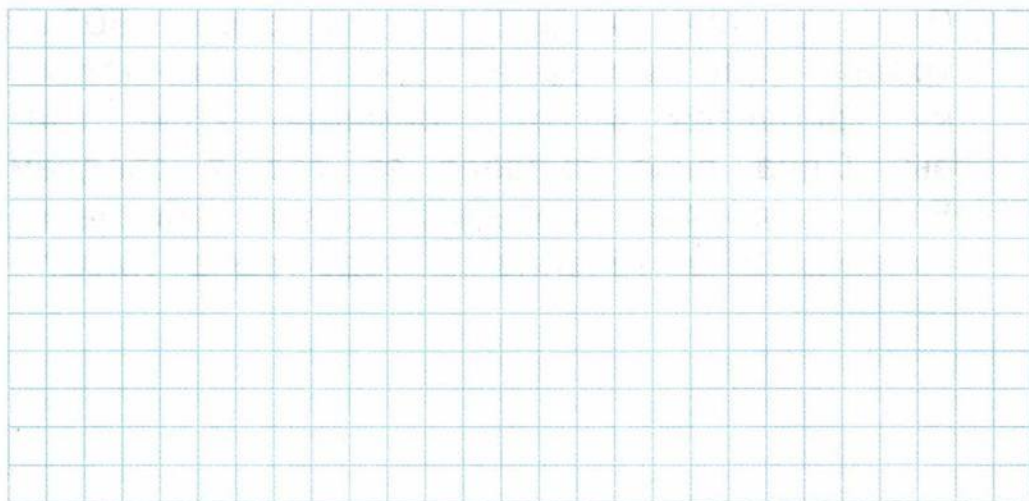
4 Известно, что выброс угарного газа в атмосферу составляет для легковой автомашины 20 г/км, для грузовой автомашины — 170 г/км. Одно лиственное дерево перерабатывает за 1 ч в среднем 2 кг угарного газа. Определите, какое количество машин в среднем проходит мимо вашего дома за 1 ч и какое минимальное количество деревьев должно быть посажено на отрезке вашей улицы длиной 1 км.



- 5 Одна косуля съедает в год около 500 кг травы. Для питания одной мыши-полёвки требуется в год примерно 25 кг травы. Одна лиса съедает за год в среднем 5480 полёвок. Скольких косуль обеспечивает едой в течение 1 года одна лиса?

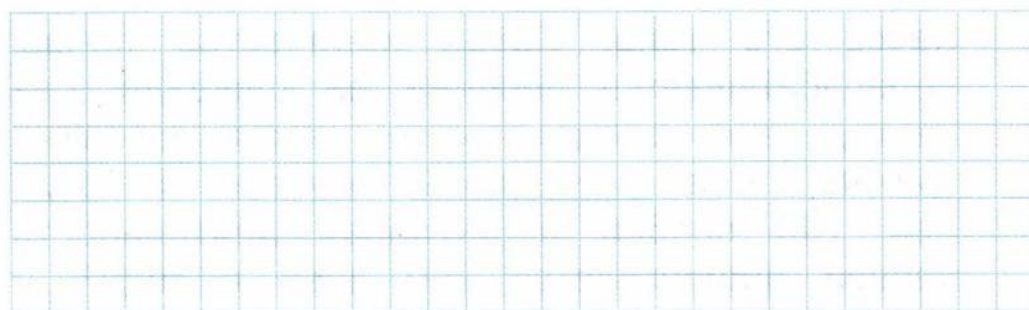


- 6 Дождевые черви являются переработчиками мёртвых растительных остатков в почве (травы, листьев, сучьев). Они превращают их в превосходное, экологически чистое удобрение, которое повышает плодородие почвы в 5–10 раз. Каждый червь пропускает за сутки количество почвы, равное массе его тела. Какое количество почвы перерабатывается червями на площади 1 га за год, если средняя масса червя половина грамма, а в 1 м^2 почвы обитает в среднем 100 особей и активная деятельность червей продолжается 200 дней в году?



7 Гроза проходит на высоте 9 км 900 м от Земли. Через какое время после вспышки молнии мы услышим гром? Через какое время мы услышали бы гром, если бы место рождения молнии было соединено с Землёй металлическим стержнем?

Информация. «Атмосфера состоит из нескольких слоёв. Самый нижний слой атмосферы — тропосфера. Её высота 8–17 км от Земли. Здесь образуются облака, рождаются грозы, ливни, снегопады. Скорость света больше скорости звука. Поэтому при грозе мы сначала видим молнию, а потом слышим гром».



РЕКОМЕНДАЦИИ И ОТВЕТЫ

ЧИСЛА ОТ 1 ДО 1000

Нумерация

- 1** Наибольшее однозначное число — это 9. Так как цифры, использованные для записи данного числа, следуют при счёте друг за другом, то число записано с помощью цифр 7, 8, 9. Так как $\alpha\beta\gamma < \beta\gamma\alpha$, то $\alpha < \beta$. Так как $\beta\gamma > \gamma\alpha$, то $\beta > \gamma$. Так как $\alpha\gamma > \gamma\alpha$, то $\alpha > \gamma$. Итак, $\beta > \alpha$, $\alpha > \gamma$. Значит, β — это 9, α — это 8, γ — это 7. Число $\gamma\beta\alpha$ — это 798.

Задание направлено на повторение и обобщение знаний о сравнении многозначных чисел, развитие логического мышления, формирование навыков декодирования информации, умения работать с абстрактными моделями.

- 2** 1) На 1. 2) На 989. 3) 1. 4) 0. 5) На 100. 6) 0. 7) 99, 100. 8) 99 и 102. 9) 98. 10) 99 и 1000.

Задание позволяет активизировать знание детей о нумерации чисел центра «Тысяча». С помощью этого задания учитель имеет возможность быстро и эффективно проверить уровень сформированности знаний о нумерации чисел, понятий чётного и нечётного числа, знаний правил делимости, связанных с 0 и 1.

Арифметические действия. Числовые выражения

- 1** Для выполнения грубой оценки результата заменим числа наиболее близкими к ним круглыми числами, то есть числами, все цифры которых, кроме первых, — нули.

а) $324 : 3 + 125 - 12 \cdot 13$

К числу 324 наиболее близким круглым числом является число 300, к 125 — число 100, к 12 и 13 — число 10. $300 : 3 + 100 - 10 \cdot 10 = 100$. Значит, ответ примера а) — число, близкое к 100. Среди перечисленных вариантов правильного ответа наиболее близким к 100 является число 77. Значит, правильным ответом примера вероятнее всего является число 77. Выполнив вычисления, убеждаемся, что это действительно так.

б) Число 855 ближе всего к 900, 189 — к 200. Тогда $(900 : 3 - 200) \cdot 7 = 700$.

Среди перечисленных под примером чисел наиболее близко к 700 число 672. Вычисления показывают, что это число действительно является верным ответом примера.

Задание направлено на формирование такого важного компонента вычислительной культуры, как умение выполнять предварительную оценку результата. Выполнение предварительной оценки является одним из способов контроля за правильностью вычислений. Поэтому работа над заданием способствует также формированию навыков самоконтроля, являющегося важным компонентом учебной деятельности. Задание направлено также на повторение приёмов устных и письменных вычислений, формирование и совершенствование вычислительных навыков.

2 Работу над заданием желательно организовать так, чтобы дети поставили скобки, исходя из рассуждений и выполнения предварительной оценки результата, а после проверили свои выводы вычислениями. Рассуждения могут быть следующими: в правой части неравенства а) скобки ставить нельзя, так как в этом случае получим $37 \cdot (13 - 369)$, а от 13 нельзя отнять 369. Поэтому в правой части выражение останется без изменений. 37 — это почти 40, 13 — чуть больше 10. Поэтому, умножая 37 на 13, получим примерно 400. Таким образом, разность $37 \cdot 13 - 369$ не может быть больше 100. Если не ставить скобки в левой части неравенства, то $28 \cdot 12$ — это примерно 300. Прибавив это произведение к 48 и отняв 346, скорее всего, получим число, меньше 100. Следовательно, в таком виде неравенство, вероятнее всего, будет неверным.

Изменить порядок действий в левой части неравенства можно только одним способом, а именно заключив в скобки сумму 48 и 28, то есть $(48 + 28) \cdot 12 - 346$. Тогда произведение $(48 + 28) \cdot 12$ будет больше 700. Следовательно, значение выражения больше 300 и, соответственно, больше значения выражения, стоящего в правой части неравенства.

$$\text{Проверим: } 37 \cdot 13 - 369 = 112$$

$$48 + 28 \cdot 12 - 346 = 38$$

$$38 > 112 \text{ — неверно.}$$

$$(48 + 28) \cdot 12 - 346 = 566$$

$$566 > 112 \text{ — верно.}$$

Значит, скобки расставлены правильно.

Прикинем результат в левой части примера б). 322 — это чуть больше 300, 14 — чуть больше 10. $322 : 14$ — примерно 30. $12 \cdot 5 = 60$. От 30 нельзя отнять 60. Значит, в левой части неравенства обязательно должны стоять скобки. Про-

верим, можно ли ставить скобки в правой части. $561 : (3 + 247) = 561 : 250$. Попробуем подобрать частное: $250 \cdot 2 = 500 < 561$.

$250 \cdot 3 = 750 > 561$. Значит, 561 не делится на 250. Следовательно, скобки в правой части неравенства ставить нельзя. Найдём значение выражения в правой части: $561 : 3 + 247 = 434$.

Изменить порядок действий в левой части можно двумя способами:

$$322 : (14 - 12) \cdot 5 \text{ или } (322 : 14 - 12) \cdot 5.$$

В первом случае $14 - 12 = 2$. Частное $322 : 2$ больше 150. Следовательно, произведение $322 : 2 \cdot 5$ больше 750. В этом случае неравенство будет неверным. Во втором случае $322 : 14$ — примерно 30. Тогда значение выражения $(322 : 14 - 12) \cdot 5$ — число, не большее 100. Неравенство в этом случае будет верным.

Итак, скобки нужно поставить следующим образом:

$$(322 : 14 - 12) \cdot 5 < 561 : 3 + 247.$$

Проверим: $(322 : 14 - 12) \cdot 5 = 55$; $55 < 434$ — верно.

Задание направлено на формирование вычислительных навыков, навыков предварительной оценки результата, являющихся важнейшей составляющей частью вычислительной культуры, навыков самопроверки и самоконтроля.

 Проанализировав закономерность получения чисел ряда а), замечаем, что каждое последующее число с нечётным номером получается из предыдущего числа с нечётным номером путём умножения его на 2: $14 = 7 \cdot 2$; $28 = 14 \cdot 2$.

Числа с чётным номером получаются из предыдущих чисел с чётным номером путём деления его на 2: $64 = 128 : 2$; $32 = 64 : 2$. Образовывать числа с нечётными номерами можно сколь угодно много. Чисел с чётными номерами будет ограниченное количество: $32 : 2 = 16$; $16 : 2 = 8$; $8 : 2 = 4$; $4 : 2 = 2$; $2 : 2 = 1$ — всего 5 новых чисел с чётными номерами. Соответственно, с нечётными номерами нужно образовать тоже 5 чисел: $28 \cdot 2 = 56$; $56 \cdot 2 = 112$; $112 \cdot 2 = 224$; $224 \cdot 2 = 448$; $448 \cdot 2 = 896$. Получим ряд: 7, 128, 14, 64, 28, 32, 56, 16, 112, 8, 224, 4, 448, 2, 896, 1. Этот ряд можно продолжить ещё на одно число: $896 \cdot 2 = 1792$. Всего получаем 17 чисел.

В ряду б) числа с нечётными номерами образуются путём умножения на 3 предыдущего числа с нечётным номером: $39 = 13 \cdot 3$, а числа с чётными номерами — путём деления предыдущего числа с чётным номером на 4: $96 = 384 : 4$.

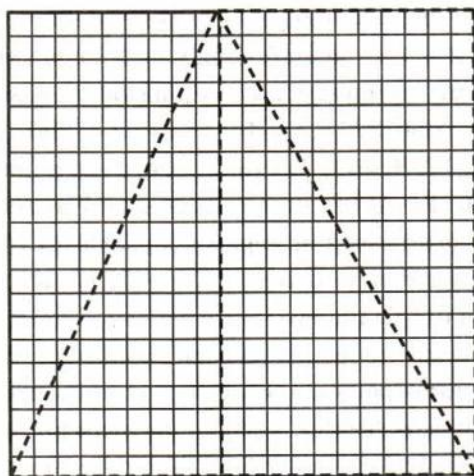
Определим количество чисел с чётными номерами: $96 : 4 = 24$; $24 : 4 = 6$; 6 на 4 не делится. Таким образом, новых чисел с чётными номерами можно образовать только 2. Соответственно, чисел с нечётными номерами нужно образовывать тоже 2: $39 \cdot 3 = 117$; $117 \cdot 3 = 351$. Получим ряд чисел: 13, 384, 39, 96, 117, 24, 351, 6. Его можно продолжить ещё на одно число: $351 \cdot 3 = 1053$. Всего получаем 9 чисел.

Числа с нечётными номерами ряда в) получаются путём прибавления числа 37 к предыдущему числу с нечётным номером: $65 = 28 + 37$; $102 = 65 + 37$. Числа с нечётными номерами образуются путём вычитания числа 37 из предыдущего числа с чётным номером: $249 = 286 - 37$; $212 = 249 - 37$.

Определим, сколько можно получить чисел с чётными номерами: $212 - 37 = 175$; $175 - 37 = 138$; $138 - 37 = 101$; $101 - 37 = 64$; $64 - 37 = 27$. От 27 отнять 37 нельзя. Всего можно образовать 5 новых чисел с чётными номерами. Соответственно чисел с нечётными номерами будем образовывать тоже 5: $102 + 37 = 139$; $139 + 37 = 176$; $176 + 37 = 213$; $213 + 37 = 250$; $250 + 37 = 287$. Получим ряд чисел: 28, 286, 65, 249, 102, 212, 139, 175, 138, 213, 101, 250, 64, 287, 27. Этот ряд можно продолжить ещё на одно число: $287 + 37 = 324$. Всего получаем 17 чисел.

Задание направлено на развитие логического мышления и математической интуиции, формирование умения анализировать, сопоставлять, выявлять закономерность, использовать выявленную закономерность для образования следующих членов ряда. Выполнение задания способствует совершенствованию вычислительных навыков, отработке приёмов умножения и деления на однозначное число.

- 4 Очевидно, что единичных квадратов (со стороной 1 клетка) в большом квадрате уместится $20 \cdot 20 = 400$ штук. Первая мерка составляет половину единичного квадрата. Значит, её площадь в 2 раза меньше площади единичного квадрата. Следовательно, численное значение площади большого квадрата, измеренное первой меркой, будет в 2 раза больше, чем численное значение этой площади, измеренной единичным квадратом, то есть будет равно $400 \cdot 2 = 800$ кв. ед.



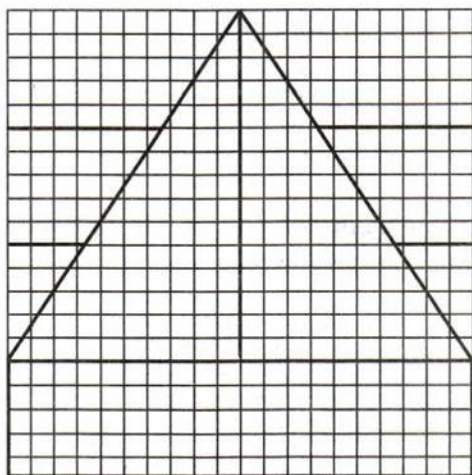
Если вторую мерку разрезать по указанному отрезку, то из её частей можно составить квадрат.

Следовательно, площадь второй мерки равна площади единичного квадрата. Значит, численное значение площади большого квадрата, измеренное второй меркой, такое же, как и при измерении единичным квадратом, то есть 400 кв. ед.

Треугольник составляет $1/4$ часть большого квадрата.

Следовательно, его площадь в 4 раза меньше площади большого квадрата и при измерении первой меркой равна 200 кв. ед., а при измерении второй меркой равна 100 кв. ед.

Нижняя часть второй фигуры составляет $1/4$ часть большого квадрата, верхняя часть — половину оставшейся части большого квадрата.



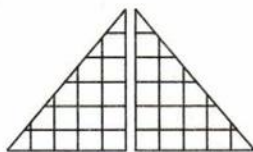
Следовательно, площадь нижней части при измерении первой меркой равна 200 кв. ед., а при измерении второй меркой — 100 кв. ед. Площадь верхней части при измерении первой меркой равна $(800 - 200) : 2 = 300$ кв. ед., а при измерении второй меркой — $(400 - 100) : 2 = 150$ кв. ед. Площадь всей фигуры равна $300 + 200 = 500$ кв. ед. при измерении первой меркой, $100 + 150 = 250$ кв. ед. при измерении второй меркой.

Задание направлено на повторение понятия площади, закрепление навыков измерения площадей различными мерками, формирование понимания того, что площадь фигуры остаётся неизменной при измерении любой меркой, тогда как численное значение площади увеличивается (уменьшается) во столько раз, во сколько новая мерка меньше (больше) старой.

Задание способствует развитию геометрического мышления, формированию навыков конструирования, формированию таких приёмов логического мышления, как анализ и синтез. Задание направлено на закрепление навыка выполнения действий с числами, оканчивающимися нулями. При выполнении задания необходимо обратить внимание на правильное употребление терминов «площадь», «численное значение площади».

5 а) Площадь данного прямоугольника равна $10 \cdot 5 = 50$ кв. ед.

б) Для того чтобы посчитать площадь треугольника, разрежем его пополам:

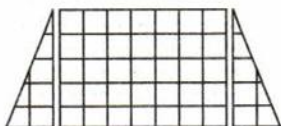


Сложим из получившихся частей прямоугольник:



Его площадь равна $5 \cdot 6 = 30$ кв. ед. Значит, площадь данного треугольника 30 кв. ед.

в) Для нахождения площади четырёхугольника (трапеции) разделим его на прямоугольник и 2 одинаковых треугольника:



Площадь прямоугольника равна $7 \cdot 5 = 35$ кв. ед. Из треугольников можно составить прямоугольник, площадь которого будет равна $2 \cdot 5 = 10$ кв. ед.:



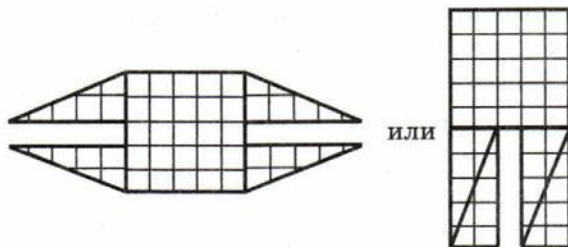
Тогда площадь каждого треугольника равна $10 : 2 = 5$ кв. ед. Следовательно, площадь четырёхугольника (трапеции) равна $35 + 5 \cdot 2 = 45$ кв. ед.

Проанализируем данные выражения.

а) $50 : 2 + (45 - 7 \cdot 5) \cdot 2$.

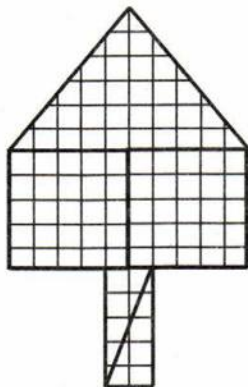
$50 : 2$ — это половина площади прямоугольника. Чтобы получить фигуру с такой площадью, нужно прямоугольник разрезать пополам. $45 - 7 \cdot 5$ — это разность площади четырёхугольника (трапеции) и прямоугольника, который может быть получен из этого четырёхугольника, как показано выше. То есть $45 - 7 \cdot 5$ — это площадь двух треугольников, которые дополняют прямоугольник до полного четырёхугольника (трапеции). $(45 - 7 \cdot 5) \cdot 2$ — площадь четырёх таких треугольников.

Фигура с такой площадью может иметь вид:



Возможны и другие варианты.

б) $30 + (45 - 7 \cdot 5) + 25 \cdot 2$ — это сумма площадей данного треугольника (30 кв. ед.), треугольников, получающихся из трапеции ($45 - 7 \cdot 5$ кв. ед.), и двух половинок данного прямоугольника ($25 \cdot 2$ кв. ед.). Фигура с такой площадью может иметь вид:



Возможны и другие варианты.

Задание несёт в себе такие же возможности, что и предыдущее. Кроме того, оно способствует развитию геометрического мышления, формированию навыков конструирования. Выполняя задание, школьники по имеющейся математической модели (выражению для вычисления площади фигуры) составляют информационный графический объект, что расширяет их опыт информационной деятельности.

6 Очевидно, что данная задача может быть решена выражением:

$$840 : (5 + 7) = 70 \text{ (мин)} = 1 \text{ ч } 10 \text{ мин.}$$

Сумма $5 + 7$ показывает, сколько кубических метров воды поступает в бассейн за 1 мин из двух труб.

Рассмотрим предлагаемые выражения.

а) $840 : 5 - 840 : 7$. Разделив 840 на 5, можно узнать, за сколько минут наполнится бассейн, если будет работать только первая труба. Частное $840 : 7$ показывает, за сколько минут наполнится бассейн, если будет работать только

вторая труба. Так как производительность второй трубы больше, чем у первой, то времени на заполнение бассейна второй трубой понадобится меньше, чем для заполнения бассейна первой трубой. Выражение $840 : 5 - 840 : 7$ показывает, на сколько меньше нужно времени, чтобы наполнить бассейн при помощи второй трубы. $840 : 5 - 840 : 7 = 168 - 120 = 148$ (мин). Итак, вторая труба наполнит бассейн на 148 мин быстрее, чем первая.

Таким образом, выражением а) можно решить следующую задачу. Ёмкость бассейна 840 м^3 . В бассейн проведены две трубы. Через первую трубу за 1 мин в бассейн поступает 5 м^3 воды, а через вторую — 7 м^3 воды. На сколько меньше времени нужно, чтобы наполнить бассейн при помощи второй трубы?

В данной задаче мы изменили вопрос, оставив условие таким же.

В выражении б) в скобках мы от количества воды, поступающей в бассейн за 1 мин через вторую трубу, отняли количество воды, поступающей в бассейн за 1 мин через первую трубу. Эта разность может описывать ситуацию, при которой через вторую трубу вода в бассейн поступает, а через первую — выливается. Тогда $7 - 5 = 2 \text{ м}^3$ воды прибавляется в бассейн за 1 мин. Выражение $840 : (7 - 5) = 840 : 2 = 420$ (мин) = 7 ч показывает, за какое время наполнится бассейн. Условие задачи необходимо изменить так: «В бассейн, ёмкость которого 840 м^3 , проведены две трубы. Через одну трубу в бассейн за 1 мин поступает 7 м^3 воды, а через другую за 1 мин выливается 5 м^3 воды. За какое время наполнится бассейн?»

Таким образом, мы изменили условие задачи, оставив вопрос таким же.

В выражении в) никак не использовано число 7 м^3 . Значит, для новой задачи это данное будет «лишним». Но появилось новое число — 120. Следовательно, задачу нужно дополнить недостающими данными. С числом 120 мы встречались в выражении а). $120 \text{ мин} = 840 : 7$ — это время наполнения бассейна второй трубой. Следовательно, $840 : 120 = 7$ — количество воды, поступающей в бассейн через вторую трубу за 1 мин. $840 : 120 + 5$ — это количество воды, поступающей в бассейн за 1 мин через обе трубы. $840 : (840 : 120 + 5)$ — это время наполнения бассейна через обе трубы. $120 \text{ мин} = 2 \text{ ч}$. Таким образом, условие задачи можно изменить так: «В бассейн, ёмкость которого 840 м^3 , проведены две трубы. Через первую трубу за 1 мин поступает 5 м^3 воды. А второй трубой бассейн может быть наполнен за 2 ч. За какое время наполнится бассейн, если будут работать обе трубы?»

Мы изменили условие задачи, дополнив его недостающими данными и убрав «лишние» данные. Вопрос задачи остался таким же.

В выражении г) имеется новое данное — 4. Его мы отнимаем от суммы $7 + 5$, то есть от количества воды, поступающей в бассейн за 1 мин через обе трубы. Выражение $7 + 5 - 4$ может описывать ситуацию, когда через две трубы в бассейн за 1 мин поступает 7 м^3 и 5 м^3 воды, а 4 м^3 воды за 1 мин выливается.

Тогда $840 : (7 + 5 - 4)$ — это время наполнения бассейна. Задачу можно сформулировать так: «В бассейн, ёмкость которого 840 м^3 , проведены две трубы. Через первую трубу за 1 мин в бассейн поступает 5 м^3 воды, а через вторую — 7 м^3 . В бассейне имеется отверстие, через которое за 1 мин выливается 4 м^3 воды. За какое время наполнится бассейн?»

Мы изменили условие задачи, дополнив его недостающими сведениями. Вопрос задачи остался без изменений.

В выражении д) появилось новое данное — 21. Так как оно использовано в произведении $21 \cdot 5$, то это может быть время работы первой трубы. Тогда $21 \cdot 5$ — это количество воды, поступившей в бассейн через первую трубу за 21 мин. $840 - 21 \cdot 5$ — это количество воды, которое ещё должно поступить в бассейн, чтобы он наполнился. $(840 - 21 \cdot 5) : 7$ — время, за которое в бассейн поступит недостающая до наполнения вода через вторую трубу. Условие задачи можно сформулировать так: «В бассейн, ёмкость которого 840 м^3 , проведены две трубы. Через первую трубу за 1 мин в бассейн поступает 5 м^3 воды, через вторую — 7 м^3 . Первая труба работала 21 мин, после чего её закрыли и открыли вторую трубу. Сколько времени потребуется работать второй трубе, чтобы наполнить бассейн?»

Мы изменили условие задачи, дополнив его недостающими данными, и изменили вопрос задачи.

Задание весьма эффективно для развития логического мышления детей, формирования мыслительных операций анализа и синтеза, умения устанавливать взаимосвязи между величинами. В плане реализации развивающих функций обучения подобная работа с текстовой задачей гораздо результативнее, чем само решение текстовой задачи.

Задание способствует формированию информационной культуры младших школьников. Выполняя задание, дети соотносят имеющуюся информацию (условие задачи) с предлагаемой информационной моделью (арифметическим выражением), анализируют информацию, оценивают её с точки зрения полноты, избыточности, изменяют её так, чтобы модель адекватно отображала зависимость между величинами. Кроме того, учащиеся по имеющейся модели создают текстовый информационный объект (новую задачу).

Все эти умения являются неотъемлемыми составными частями информационной культуры человека.

7 При $a = 157$ машина выполняет следующие действия:

1) $a = 157$

3) $157 \cdot 3 = 471$

2) $157 > 300$ — нет

4) 471

При $a = 342$

1) $a = 342$

2) $342 > 300$ — да

3) 342 делится на 3? — да (устанавливается непосредственной проверкой)

4) $342 : 3 = 114$

5) 114

При $a = 529$

1) $a = 529$

2) $529 > 300$ — да

3) 529 делится на 3? — нет (устанавливается непосредственной проверкой)

4) $529 + 1 = 530$

5) 530

Во всех трёх случаях ответ — трёхзначное число. Можно утверждать, что в ответе будет трёхзначное число при всех возможных значениях a . Действительно, в качестве a , согласно программе, вводится трёхзначное число, то есть возможное минимальное значение a — это 100. Если a не больше 300, то его умножают на 3. Возможное минимальное значение при этом будет 300 ($100 \cdot 3 = 300$). Наибольшее число не меньше 300 — это 300. $300 \cdot 3 = 900$ — трёхзначное число, то есть если a не больше 300, то результат не меньше 300 и не больше 900, следовательно, результат — трёхзначное число.

Рассмотрим случай, когда $a > 300$. При этом возможны два варианта.

1) a делится на 3. В этом случае результат — это частное a и 3. $300 : 3 = 100$ — трёхзначное число. Если же делимое будет больше 300, то частное будет больше 100, то есть будет трёхзначным числом. При этом при делении трёхзначного числа на 3 не может получиться число, записанное более чем тремя знаками. Поэтому результат выполнения алгоритма при $a > 300$ и при a , делящемся на 3, всегда трёхзначное число.

2) a не делится на 3. Тогда результат — это значение суммы $a + 1$. Так как a — трёхзначное число, то $a + 1$ тоже трёхзначное число, за исключением случая, когда $a = 999 + 1 = 1000$ — четырёхзначное число. Но 999 делится на 3 ($999 : 3 = 333$).

Итак, при любом возможном значении a результат — трёхзначное число. Чтобы в результате всегда получалось двузначное число, программу можно изменить так: в блоке ввода данных заменить требование «введи трёхзначное число» на требование «введи двузначное число». В первом блоке проверки условия (логическом блоке) заменить условие « $a > 300$ » на условие « $a > 30$ ». Остальную программу оставить без изменений.

Задание направлено на развитие алгоритмического мышления младших школьников. Выполняя задание, дети учатся находить результат выполнения алгоритма, исправлять алгоритм таким образом, чтобы результат всегда удовлетворял указанным требованиям, знакомятся с графическим представлением алгоритма. Кроме того, работа над заданием включает выполнение рассуждений, требующих достаточно серьёзного анализа ситуации, построения дедук-

тивных и индуктивных умозаключений. Это способствует развитию логического мышления, математической речи, пропедевтике обучения доказательству. Выполнение задания способствует совершенствованию вычислительных навыков, повторению приёмов умножения и деления трёхзначного числа на однозначное.

Диагонали прямоугольника

- 1** Задание направлено на формирование умения оперировать математической теорией для обоснования своих выводов, на формирование понимания родовидовых отношений между понятиями, развитие геометрических представлений, формирование навыка чтения геометрических чертежей, а также на обобщение знаний детей о прямоугольнике и квадрате, на формирование знаний свойств диагоналей параллелограмма. В учебнике даётся правило: «Диагонали прямоугольника равны. Отрезки, получаемые при пересечении диагоналей прямоугольника, равны».

Для правильного выполнения задания ученики должны хорошо понимать, что квадрат — это тоже прямоугольник и, следовательно, данное правило к нему применимо.

- 2** Задание направлено на формирование понятий «квадрат», «прямоугольник», «прямоугольный треугольник», свойств диагоналей квадрата. Задание способствует развитию геометрического мышления, формированию умения читать геометрический чертёж, оперировать математической теорией. Оно также эффективно для развития такой мыслительной операции, как синтез.

ЧИСЛА, КОТОРЫЕ БОЛЬШЕ 1000

Класс единиц и класс тысяч

- 1** Результаты выполнения данного задания позволят учителю составить представление о сформированности у детей знаний нумерации чисел, больших, чем тысяча, выявить пробелы в знаниях и те моменты, которые вызывают у детей наибольшие затруднения.
- 2** Работу следует начинать с расположения в порядке убывания цифр, с помощью которых записаны данные числа. Так как $A > B$, а $B > A$, то можно записать так: $B > A > B$. Так как $\Gamma < B$, то Γ — это самая маленькая цифра. Тогда в порядке убывания ряд цифр будет выглядеть следующим образом: $B > A > B > \Gamma$.

Сравним данные числа попарно. $ААВВ$ и $ВВГА$ — оба числа четырёхзначные, так как первая цифра первого числа больше первой цифры второго числа ($A > B$), то $ААВВ > ВВГА$. В числе $ВГАБ$ первая цифра больше первой цифры числа $ААВВ$. Значит, $ВГАБ > ААВВ > ВВГА$.

Очевидно, что число $ВВВГ$ меньше чисел $ВГАБ$ и $ААВВ$, так как $B < A$ и $B < B$. Так как вторая цифра числа $ВВВГ$ меньше второй цифры числа $ВВГА$, то $ВВВГ < ВВГА$.

Тогда $ВГАБ > ААВВ > ВВГА > ВВВГ$. Число $ВГБА$ начинается с самой большой цифры — B . Значит, оно явно больше всех чисел записанного ряда, кроме первого. Сравним его с первым числом. Вторые цифры у этих чисел одинаковые. Цифра A больше цифры B . Значит, $ВГАБ > ВГБА$. Итак, получаем $ВГАБ > ВГБА > ААВВ > ВВГА > ВВВГ$.

Задание направлено на обобщение знаний детей о нумерации многозначных чисел, формирование навыка сравнения многозначных чисел, формирование умения работать с абстрактными математическими моделями, используя теоретические знания для выполнения практических действий без привязки к конкретному числовому материалу (обобщённый способ действий). Задание способствует формированию абстрактного, логического мышления, развитию математической речи, формированию умения чётко, полно и доказательно излагать свои мысли, делать выводы, строить умозаключения на основе анализа предоставленной информации. Всё это является неотъемлемыми составными элементами необходимого для современного человека качества — информационной культуры.

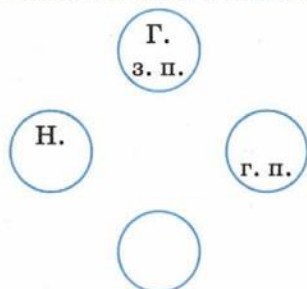
3 Так как $9ВА4 < 97А4$ и все цифры, кроме вторых, у этих чисел одинаковы, то $B < 7$. Так как $9ВА4 > 95А4$ и все числа, кроме вторых, у них одинаковы, то $B > 5$. Меньше 7, но больше 5 — цифра 6. Значит, буквой B зашифрована цифра 6. Будем иметь: $96А4$, $36АБ$, $36Б5$, $97А4$, $95А4$, $А3Б6$.

Так как $36АБ < 3ВБ5$, то, используя, что $B = 6$, делаем вывод, что $A < B$. Так как $B < 3$, то B равно 0, 1 или 2. Но так как $A < B$ и A не может быть меньше 0, то B — это 1 или 2. Тогда A — это соответственно 0 или 1. Но последнее число начинается с A . Так как запись числа не может начинаться с 0, то A — это 1. Тогда B — это 2.

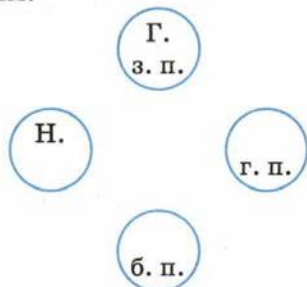
Расшифровав ряд чисел, получаем: 9614, 3612, 3625, 9714, 9514, 1326.

Задание направлено на обобщение знаний детей о нумерации и сравнении многозначных чисел, формирование обобщённого способа действий с многозначными числами. Задание способствует развитию логического мышления, формированию умения анализировать информацию, использовать информацию для построения умозаключений, декодировать информацию на основе анализа имеющихся в ней закономерностей. Таким образом, задание эффективно для формирования и развития информационной культуры школьников.

4 Девочка в зелёном платье — не Аня и не Валя по условию задачи. Она также и не Надя, так как известно, что Надя будет стоять рядом с ней. Следовательно, девочка в зелёном платье — Галя. Изобразим ситуацию, описанную в задаче, схематически. Девочка в зелёном платье — Галя, она стоит между девочкой в голубом платье и Надей.

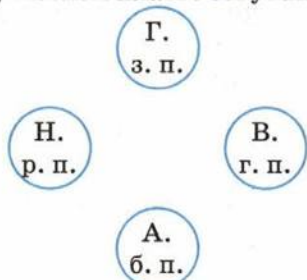


Девочка в белом платье не может быть Надей, так как она стоит между девочкой в розовом платье и Вале, а с одной стороны от Нади, как мы выяснили, стоит Галя в зелёном платье. Следовательно, место девочки в белом платье — это круг, оставшийся пустым:



Согласно условию задачи получаем, что Валя в голубом платье, а Надя — в розовом.

Следовательно, девочку в белом платье зовут Аня.



Это логическая задача, которую традиционно рассматривают как задачу на смекалку. Такие задания эффективны для развития логического мышления, формирования умения рассуждать, строить умозаключения с помощью анализа имеющейся информации. Использование наглядной модели задачи облегчает её решение и способствует формированию такого важного компонента инфор-

мационной культуры, как умение создавать информационные модели и использовать их для оптимизации и рационализации собственной деятельности.

Класс миллионов и класс миллиардов

1 Задание направлено на формирование у учащихся умения работать с большими числами: сравнивать их и выполнять с ними действия. Важной функцией данного задания является формирование умения работать с информацией, представленной в виде достаточно объёмного текста. Очень важно правильно организовать работу с этим заданием. Прежде всего необходимо, чтобы дети поняли, что информация, представленная в таком виде, трудна для обработки. Не все сведения, имеющиеся в тексте, актуальны для решения поставленной задачи. Поэтому прежде всего в тексте необходимо выделить главное. Так как в задании требуется найти расстояние от Солнца до каждой из планет, то именно эта информация и будет главной. Предложите подчеркнуть сведения, имеющие отношение к поставленной задаче. Из текста можно сразу установить, что Земля — это третья планета Солнечной системы. Поэтому можно сразу написать её название.

Расстояние от Земли до Солнца известно. Выпишем его.

1) Земля — 150 000 000 км.

Будем выписывать предварительно информацию о других планетах, производя соответствующие вычисления.

2) Нептун — $150 \text{ млн км} \cdot 30 = 4500 \text{ млн км}$.

3) Венера — $4500 \text{ млн км} : 45 = 100 \text{ млн км}$.

4) Меркурий — $100 \text{ млн км} - 40 \text{ млн км} = 60 \text{ млн км}$.

5) Марс — $150 \text{ млн км} + 80 \text{ млн км} = 230 \text{ млн км}$.

6) Сатурн — $230 \text{ млн км} + 1200 \text{ млн км} = 1430 \text{ млн км}$.

7) Юпитер — $1430 \text{ млн км} - 650 \text{ млн км} = 780 \text{ млн км}$.

8) Уран — $4500 \text{ млн км} : 2 + 620 \text{ млн км} = 2870 \text{ млн км}$.

Полученную информацию необходимо упорядочить по возрастанию в таблице. В результате получится таблица из двух столбцов (название планет и расстояние до Солнца в миллионах километров) и девяти строк (1 — заголовки столбцов, остальные 8 — для каждой планеты).

Название планет	Расстояние до Солнца (млн км)
1. Меркурий	60
2. Венера	100
3. Земля	150
4. Марс	230

Название планет	Расстояние до Солнца (млн км)
5. Юпитер	780
6. Сатурн	1430
7. Уран	2870
8. Нептун	4500

Сравнивая полученные значения, располагаем названия планет в таблице в порядке их удалённости от Солнца, параллельно заполняем второй столбец таблицы. После этого подписываем названия к планетам на рисунке.



Работа над заданием позволяет формировать такие важные компоненты информационной культуры современного человека, как умение работать с текстом, оценивать информацию с точки зрения её актуальности и полезности для решения поставленной проблемы, умения выделять в имеющейся информации главное, представлять информацию в табличной форме, упорядочивать по заданному принципу.

Задание направлено на расширение кругозора и общей культуры школьников. Работа с заданием будет способствовать развитию познавательных интересов и познавательной активности учащихся, формированию умения работать самостоятельно.

Можно предложить детям найти другие сведения о планетах Солнечной системы. Это будет способствовать развитию любознательности учащихся, формированию интереса к учебной деятельности, к процессу получения новых знаний. Это также будет способствовать формированию умения работать с дополнительной литературой, искать информацию в энциклопедиях, справочниках, создавать собственные информационные объекты, в частности устные и письменные сообщения, способствовать развитию речи учащихся.

2 В тексте заложены следующие ошибки. Во-первых, если на каждой из 100 дорог 100 поворотов, то всего поворотов будет 10000, а не 1000. Во-вторых,

волшебные слова нужно повторять не 5 раз, а 3 раза, так как самое большое трёхзначное число 999. Уменьшив его в 3 раза, получаем: $999 : 3 = 333$. Далее: $333 - 100 \cdot 3 - 10 \cdot 3 = 333 - 300 - 30 = 3$. В-третьих, число, содержащее 101 десяток, это 1010, а не 1100. Наименьшее число, которое можно получить путём перестановки цифр этого числа, — 1001. Сумма 1010 и 1001 равна 2011. В этом числе две цифры 1. Следовательно, четвёртая ошибка заключается в том, что обернуться вокруг себя нужно не 9 раз, а 6 раз, так как $2 \cdot 3 = 6$. Для того чтобы расшифровать волшебные слова, их нужно прочитать справа налево.

Задание позволяет проверить сформированность знаний о нумерации многозначных чисел, навыков выполнения действий с многозначными числами; способствует развитию внимания, формированию навыков самоконтроля, умения работать с информацией, представленной в текстовой форме, критически анализировать её, оценивать с точки зрения достоверности. Выполнение задания способствует формированию информационной культуры школьников. Занимательный сказочный сюжет способствует активизации познавательных процессов у детей.

3 а) Очевидно, что для того, чтобы образовать из цифр данного числа наибольшее, записанное теми же знаками число, нужно расположить цифры в порядке убывания. Получим: 988 754 321 100.

б) Для того чтобы получить наименьшее число, нужно расположить цифры в порядке возрастания. Но с 0 запись числа начинаться не может. Поэтому на первом месте должна быть записана единица, а последующие цифры, начиная с 0, записываем в порядке возрастания. Получим: 100 123 457 889.

в) Для того чтобы вычёркиванием одной цифры получить наибольшее из возможных одиннадцатизначных чисел, нужно вычеркнуть первую цифру — 2. В этом случае одиннадцатизначное число будет начинаться с тройки. Во всех остальных случаях оно будет начинаться с двойки. Из двух чисел, для записи которых использовано одно и то же количество цифр, большим будет то, первая цифра которого больше. Итак, вычеркнув первую цифру 2, получим число 31 748 905 801.

г) Для того чтобы получить наименьшее одиннадцатизначное число, нужно вычеркнуть вторую цифру — 3. При вычёркивании любой цифры, кроме первой, полученное число будет начинаться с двойки. В случае вычёркивания второй цифры вторая цифра полученного числа будет единицей. Во всех остальных случаях второй цифрой одиннадцатизначного числа будет 3. Из двух чисел, для записи которых использовано одно и то же количество цифр и первые цифры которых одинаковы, меньше то число, вторая цифра которого меньше. Итак, вычеркнув вторую цифру, получаем наименьшее возможное одиннадцатизначное число: 21 748 905 801.

Задание направлено на обобщение знаний учащихся о нумерации многозначных чисел, совершенствование навыков чтения и записи многозначных чисел, развитие логического мышления, формирование навыков аргументации и обоснованного изложения своих мыслей.

Луч. Числовой луч

1 Отрезков и лучей на этом чертеже изображено по 6.

Задание направлено на формирование понятий отрезка и луча, формирование умения выделять эти геометрические фигуры на чертеже и отличать их друг от друга. Задание способствует развитию таких мыслительных операций, как анализ и синтез, развитию геометрического мышления, формированию умения работать с геометрическим чертежом.

2 Точки на числовом луче соответствуют числам: $A - 6$, $B - 10$, $C - 12$.

При увеличении или уменьшении единичного отрезка точки на числовом луче будут соответствовать тем же числам.

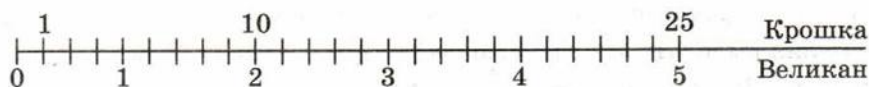
Задание направлено на реализацию тех же образовательных и развивающих задач, что и предыдущее задание. В результате работы над заданием учащиеся должны сформулировать общий вывод: при увеличении единичного отрезка в несколько раз координата точки уменьшается во столько же раз; при уменьшении единичного отрезка в несколько раз координата точки увеличивается во столько же раз.

3 Начерти числовой луч. Прими пещеру за начало отсчёта. Выбери подходящий единичный отрезок, изображающий шаг Великана. Отметь на числовом луче точки, в которых будут располагаться дома Великана и Крошки. Какие числа соответствуют этим точкам? Какие числа будут соответствовать этим точкам, если в качестве единичного отрезка взять шаг Крошки? Сколько шагов Крошки в одном шаге Великана?



Ноль на числовом луче будет соответствовать пещере. Так как от пещеры до дома Великана 5 шагов, то, приняв за единичный отрезок шаг Великана, получим, что дому Великана на числовом луче будет соответствовать число 5. Так как дом Крошки ближе к пещере на 3 шага Великана, то он расположен на расстоянии двух шагов Великана от пещеры. То есть при единичном отрезке, равном шагу Великана, дому Крошки будет соответствовать число 2. Если взять за единичный отрезок шаг Крошки, то согласно условию дому Крошки будет соответствовать число 10.

Таким образом, одной и той же точке при разных единичных отрезках ставятся в соответствие разные числа — 2 и 10. В двух отрезках, соответствующих шагу Великана, уместятся 10 отрезков, соответствующих шагу Крошки. Тогда в одном шаге Великана уместится 5 шагов Крошки. Следовательно, в пяти шагах Великана уместится 25 шагов Крошки. Таким образом, при единичном отрезке, равном шагу Крошки, дому Великана соответствует число 25. Удобно за шаг Крошки принять 1 клетку. Тогда единичный отрезок, равный шагу Великана, будет содержать 5 клеток.



Задание направлено на формирование умения работать с числовым лучом: изображать точки по координатам и определять координаты точки. Выполнение задания будет способствовать формированию понимания того, что одна и та же точка может иметь разные координаты в зависимости от выбранного единичного отрезка, а единичный отрезок можно выбирать произвольно: это не обязательно 1 клетка или 1 см.

Выполняя задание, дети учатся подбирать удобный для решения конкретной задачи единичный отрезок. Числовой луч — это один из способов математического моделирования. Работа с числовым лучом — это пропедевтика работы с числовой прямой и координатной плоскостью.

Угол. Виды углов

1 Прямой угол только В. Острые А и С. Тупые Д и Е.



Задача направлена на обобщение понятий острого, тупого и прямого углов. Работая над заданием, дети учатся делать выводы о геометрических формах; опираясь на условие задачи, строить дедуктивные умозаключения без опоры на чертёж. Такая работа способствует развитию логического мышления, формированию обобщённых знаний. Кроме того, задание направлено на формирование умения выполнять геометрический чертёж, соответствующий условию задачи, развитию чертёжных навыков, умения обращаться с чертёжными инструментами.

Повторение и закрепление

1 а) Если к пятизначному числу приписать слева 1, то получим шестизначное число, которое является суммой 100 000 и данного пятизначного числа. Следовательно, полученное шестизначное число на 100 000 больше данного.

б) Если подписать данные числа одно под другим и вычитать из большего меньшее по разрядам, начиная с единиц, то так как цифры большего числа в 2 раза больше соответствующих цифр меньшего числа, каждая цифра разности будет равна соответствующей цифре вычитаемого. Следовательно, разность между этими числами равна меньшему из этих чисел.

Задание направлено на обобщение знаний о нумерации многозначных чисел, на формирование умения выполнять рассуждения в общем виде, оперируя абстрактным понятием «число», а не конкретными числами. Задание способствует развитию логического, абстрактного мышления.

2 Правильный ответ — 60 прямоугольников. Для того чтобы легче было сосчитать прямоугольники, пронумеруем части, на которые разбит большой прямоугольник.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

Частей, каждая из которых представляет собой прямоугольник, получилось 12. Будем образовывать из них другие прямоугольники.

Сначала будем образовывать прямоугольники по горизонтали.

13-й прямоугольник — это 1-й и 2-й

14-й прямоугольник — 2-й и 3-й

15-й прямоугольник — 3-й и 4-й

16-й прямоугольник — 1-й, 2-й и 3-й

17-й прямоугольник — 2-й, 3-й и 4-й

18-й прямоугольник — 5-й и 6-й

19-й прямоугольник — 6-й и 7-й

20-й прямоугольник — 7-й и 8-й

21-й прямоугольник — 5-й, 6-й и 7-й

22-й прямоугольник — это 6-й, 7-й и 8-й

23-й прямоугольник — это 9-й и 10-й

- 24-й прямоугольник — это 10-й и 11-й
- 25-й прямоугольник — 11-й и 12-й
- 26-й прямоугольник — это 9-й, 10-й и 11-й
- 27-й прямоугольник — это 10-й, 11-й и 12-й
- 28-й прямоугольник — это 1-й, 2-й, 3-й и 4-й
- 29-й прямоугольник — это 5-й, 6-й, 7-й и 8-й
- 30-й прямоугольник — это 9-й, 10-й, 11-й и 12-й

Теперь будем образовывать прямоугольники по вертикали:

- 31-й прямоугольник — это 1-й и 5-й
- 32-й прямоугольник — это 5-й и 9-й
- 33-й прямоугольник — это 1-й, 5-й и 9-й
- 34-й прямоугольник — это 2-й и 6-й
- 35-й прямоугольник — это 6-й и 10-й
- 36-й прямоугольник — это 2-й, 6-й и 10-й
- 37-й прямоугольник — это 3-й и 7-й
- 38-й прямоугольник — это 7-й и 11-й
- 39-й прямоугольник — это 3-й, 7-й и 11-й
- 40-й прямоугольник — это 4-й и 8-й
- 41-й прямоугольник — это 8-й и 12-й
- 42-й прямоугольник — это 4-й, 8-й и 12-й

Теперь будем образовывать прямоугольники и по горизонтали, и по вертикали:

- 43-й прямоугольник — это 1-й, 2-й, 5-й и 6-й
- 44-й прямоугольник — это 2-й, 3-й, 6-й и 7-й
- 45-й прямоугольник — это 3-й, 4-й, 7-й и 8-й
- 46-й прямоугольник — это 1-й, 2-й, 3-й, 5-й, 6-й, 7-й
- 47-й прямоугольник — это 2-й, 3-й, 4-й, 6-й, 7-й и 8-й
- 48-й прямоугольник — это 1-й, 2-й, 3-й, 4-й, 5-й, 6-й, 7-й и 8-й
- 49-й прямоугольник — это 5-й, 6-й, 9-й и 10-й
- 50-й прямоугольник — это 6-й, 7-й, 10-й и 11-й
- 51-й прямоугольник — это 7-й, 8-й, 11-й и 12-й
- 52-й прямоугольник — это 5-й, 6-й, 7-й, 9-й, 10-й и 11-й
- 53-й прямоугольник — это 6-й, 7-й, 8-й, 10-й, 11-й и 12-й
- 54-й прямоугольник — это 5-й, 6-й, 7-й, 8-й, 9-й, 10-й, 11-й и 12-й
- 55-й прямоугольник — это 1-й, 2-й, 5-й, 6-й, 9-й и 10-й
- 56-й прямоугольник — это 2-й, 3-й, 6-й, 7-й, 10-й и 11-й
- 57-й прямоугольник — это 3-й, 4-й, 7-й, 8-й, 11-й и 12-й
- 58-й прямоугольник — это 1-й, 2-й, 3-й, 5-й, 6-й, 7-й, 9-й, 10-й и 11-й
- 59-й прямоугольник — это 2-й, 3-й, 4-й, 6-й, 7-й, 8-й, 10-й, 11-й и 12-й
- 60-й прямоугольник — это 1-й, 2-й, 3-й, 4-й, 5-й, 6-й, 7-й, 8-й, 9-й, 10-й, 11-й, 12-й

Задание направлено на развитие таких мыслительных операций, как анализ и синтез, развитие внимания, формирование умения планировать и рационально организовывать свою деятельность, воспитание тщательности и аккуратности при выполнении работы.

3 Так как никакие цифры в записи числа не повторяются и в сумме попарно образуют 10, то это могут быть цифры:

1 и 9; 3 и 7; 2 и 8; 4 и 6.

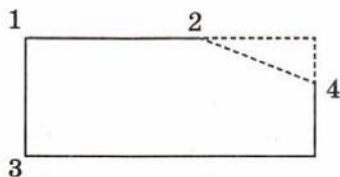
Первая цифра в 2 раза больше третьей и в 2 раза меньше четвертой. Этому условию удовлетворяют тройки чисел: 2, 1, 4 и 4, 2, 8. Рассмотрим каждый из этих случаев.

В первом случае число имеет вид: 2_14__, где вместо пропусков неизвестные цифры. Так как сумма третьей и четвертой цифр равна 10, а $1 + 4 \neq 10$, то вариант не удовлетворяет условию задачи.

Во втором случае число имеет вид: 4_28__; $2 + 8 = 10$, следовательно, этот вариант удовлетворяет условию задачи. Так как сумма первой и последней цифр равна 10, то последняя цифра в записи числа 6: $4 + 6 = 10$. Число будет иметь вид: 4_28_6. Так как предпоследняя цифра в 2 раза меньше последней, то это цифра 3. Тогда число будет иметь вид: 4_2836. Так как сумма второй и предпоследней цифр равна 10, то вторая цифра — 7. Получили число 472 836.

Задание направлено на развитие логического мышления, формирование умения рассуждать, анализировать имеющуюся информацию, выдвигать и проверять гипотезы, делать обоснованные выводы.

4 Типичной ошибкой, которую могут допустить учащиеся при решении этой задачи, будет ответ: 3 угла. Это позволит учителю сделать вывод о том, что дети ориентируются на так называемые опорные слова «было 4 угла, отпилили 1 угол» и решают, пользуясь связанными с этими словами ассоциациями, не анализируя условие задачи и не вдумываясь в содержащуюся в условии информацию. Правильный ответ в данном случае: 5 углов, из них 3 прямых угла и 2 тупых.



С помощью подобных заданий можно продемонстрировать школьникам, что любая, даже на первый взгляд самая простая задача требует анализа условия, обдумывания содержащейся в условии информации. Задача направлена также на развитие геометрического мышления, формирование геометрических представлений, повторение изученного материала о видах углов.

Величины

1 а) 2000 м образуют 2 км. Следовательно, в правой части равенства вместо первой звёздочки нужно поставить цифру 2. Так как в одном метре 100 см, то в $5*6$ см содержится 5 м. Вместо второй звёздочки в правой части равенства нужно поставить цифру 5. Тогда $5*6$ см = 5 м * 6 см. Так как в 1 дм 10 см, то *6 см содержит *дм и 6 см. В правой части равенства мы видим, что дециметров в данном случае 7. Следовательно, в левой части равенства вместо звёздочки поставим 7. Итак, в этом числе 7 дм 6 см. Следовательно, в правой части равенства вместо последней звёздочки ставим 6.

$$2000 \text{ м } 576 \text{ см} = 2 \text{ км } 5 \text{ м } 7 \text{ дм } 6 \text{ см}.$$

б) $2*8$ км переведём в миллиметры. В 1 км содержится 1000 м, в 1 м — 100 см. Значит, в 1 км — 100 000 см, в 1 см — 10 мм. Значит, в 100 000 см содержится 1 000 000 мм. Итак,

$$2*8 \text{ км} = 2*8 \text{ 000 000 мм}; 2*8 \text{ км } 8 \text{ см} = 2*8 \text{ 000 080 мм};$$

$$2*8 \text{ км } 8 \text{ см} * \text{мм} = 2*8 \text{ 000 08* мм};$$

$$2*8 \text{ 000 08* мм} = *38 *** **5 \text{ мм}.$$

Сопоставив левые и правые части равенства, получим, что в левой части равенства вместо первой звёздочки нужно поставить 3, вместо последней — 5. В правой части равенства вместо первой звёздочки нужно поставить 2, вместо следующих четырёх звёздочек — нули, вместо последней звёздочки — 8.

$$238 \text{ 000 085 мм} = 238 \text{ 000 085 мм}$$

$$\text{или } 238 \text{ км } 8 \text{ см } 5 \text{ мм} = 238 \text{ 000 085 мм}$$

$$\text{в) } 84 \text{ км } 3** \text{ м} * \text{см} = 843** \text{ м} * \text{см}.$$

Так как 1 м = 100 см, то $84 \text{ км } 3** \text{ м} * \text{см} = 8 \text{ 43*} *00 \text{ см} + * \text{см}$. Первое слагаемое оканчивается нулём, второе слагаемое — однозначное число. Следовательно, их сумма отличается от первого слагаемого только последней цифрой: вместо 0 это будет цифра, равная второму слагаемому. Поэтому $843**00 \text{ см} + * \text{см} = 843**0* \text{ см}$. Тогда $***2005 \text{ см} = 843**0*$. Это означает, что в левой части равенства вместо звёздочек нужно поставить 843.

$$8 \text{ 432 005 см} = 843**0* \text{ см}.$$

$$8 \text{ 432 005 см} = 8 \text{ 432 000 см} + 5 \text{ см} = 84 \text{ 320 м } 5 \text{ см} = 84 \text{ км } 320 \text{ м } 5 \text{ см}.$$

Следовательно, в правой части равенства вместо двух первых звёздочек нужно поставить 20, а вместо последней звёздочки — 5.

$$\text{Получим: } 8 \text{ 432 005 см} = 84 \text{ км } 320 \text{ м } 5 \text{ см}.$$

г) В левой части равенства запись $3* \text{ мм}$ означает 3 см * мм. Следовательно, в правой части равенства вместо последней звёздочки нужно поставить 3. $3 \text{ см } 5 \text{ мм} = 35 \text{ мм}$. Следовательно, в левой части равенства вместо последней звёздочки нужно поставить 5. $576*** \text{ м} = 576 \text{ км} *** \text{ м}$. Следовательно, в правой части

равенства вместо первых трёх звёздочек нужно поставить 576. *** м = ***0 дм. Следовательно, вместо четвёртой звёздочки в правой части равенства нужно поставить 0. 4820 дм = 482 м. Следовательно, в левой части равенства вместо первых трёх звёздочек нужно поставить 482.

Получим $576\ 482\ \text{м}\ 35\ \text{мм} = 576\ \text{км}\ 4820\ \text{дм}\ 3\ \text{см}\ 5\ \text{мм}$.

Задание направлено на обобщение знаний детей о единицах измерения длины и соотношениях между ними, на совершенствование навыков перевода величин из одних единиц в другие, на формирование обобщённых навыков работы с единицами длины, развитие таких мыслительных операций, как анализ и сопоставление.

2 Правильные утверждения:

1. б) площади квадрата со стороной 100 см.
2. в) $10\ 000\ \text{м}^2$.
3. в) $100\ \text{см}^2$.

Задание сформулировано в виде теста. В предлагаемых вариантах ответов заложены ошибки, которые наиболее часто допускают дети при изучении данной темы. Наиболее типичным затруднением в данном случае является то, что школьники часто путают линейные и квадратные единицы измерения. Так, например, типичной ошибкой будет утверждение, что $1\ \text{м}^2 = 100\ \text{см}^2$. Здесь мы имеем дело с неправомерным переносом знаний о соотношениях единиц измерения длины ($1\ \text{м} = 100\ \text{см}$). Часто встречаются и ошибки обратного характера, а именно достаточно типичным будет ошибочное утверждение, что $1\ \text{м}^2$ — это площадь квадрата со стороной 10 000 см. Ученик, допустивший такую ошибку, знает, что $1\ \text{м}^2 = 10\ 000\ \text{см}^2$, и переносит эти знания на линейную единицу (длину стороны квадрата).

Задание позволит определить уровень сформированности навыка перевода единиц измерения площади, а также выявить тех учащихся, у которых сложилось неверное понимание принципа работы с единицами измерения площади.

3 Если единица измерения одна клетка, то площади фигур равны а) $S = 68$, б) $S = 36$.

Если единица измерения квадрат со стороной 2 клетки, то площади фигур равны: а) $S = 17$, б) $S = 9$.

Площадь данных фигур высчитывается по принципу палетки, то есть она будет равна сумме числа полных клеток и половины от числа неполных клеток. В данном случае все неполные клетки представляют собой половинки клеток. Поэтому полученное в данном случае численное значение площади будет точным.

Задание направлено на совершенствование навыка измерения площадей произвольных фигур с помощью палетки.

При обсуждении второго вопроса задания можно ещё раз проверить и уточнить знания детей о соотношениях между линейными и квадратными единицами измерения длины. Сторону квадрата, принятого за единицу измерения, увеличили в 2 раза, но площадь мерки при этом увеличилась в 4 раза. Поэтому численное значение площади измеряемой фигуры уменьшится соответственно в 4 раза.



1) Делим с помощью весов крупу пополам.

2) 4 кг 500 г крупы опять делим пополам с помощью весов:

$$4 \text{ кг } 500 \text{ г} : 2 = 2 \text{ кг } 250 \text{ г}.$$

3) С помощью гирь отвешиваем на весах 250 г крупы. $250 \text{ г} = 50 \text{ г} + 200 \text{ г}$.

Оставшаяся крупа будет весить 2 кг.

Задача направлена на формирование и совершенствование навыков работы с единицами массы, выполнения действий с именованными числами. Задание способствует развитию логического мышления, формированию умения планировать свои действия.



а) $1207 \text{ см}^2 = 12 \text{ дм}^2 7 \text{ см}^2$. $128 \text{ мм}^2 = 1 \text{ см}^2 28 \text{ мм}^2$.

Тогда $1207 \text{ см}^2 128 \text{ мм}^2 = 12 \text{ дм}^2 + (7 + 1) \text{ см}^2 + 28 \text{ мм}^2 = 12 \text{ дм}^2 8 \text{ см}^2 28 \text{ мм}^2$.

Чтобы неравенство было верным, вместо звёздочки нужно вставить 9.

$$12 \text{ дм}^2 9 \text{ см}^2 > 12 \text{ дм}^2 8 \text{ см}^2 28 \text{ мм}^2.$$

б) $700 \text{ дм}^2 = 7 \text{ м}^2$. $10\,006 \text{ см}^2 = 1 \text{ м}^2 6 \text{ см}^2$.

Тогда $700 \text{ дм}^2 10\,006 \text{ см}^2 = (7 + 1) \text{ м}^2 6 \text{ см}^2 = 8 \text{ м}^2 6 \text{ см}^2$.

Вместо звёздочки нужно вставить 9. $8 \text{ м}^2 6 \text{ см}^2 < 9 \text{ м}^2$.

в) $234 \text{ см}^2 = 2 \text{ дм}^2 34 \text{ см}^2$; $586 \text{ мм}^2 = 5 \text{ см}^2 86 \text{ мм}^2$.

Тогда $234 \text{ см}^2 586 \text{ мм}^2 = 2 \text{ дм}^2 + (34 + 5) \text{ см}^2 + 86 \text{ мм}^2 = 2 \text{ дм}^2 39 \text{ см}^2 86 \text{ мм}^2$.

Количество квадратных дециметров в левой и правой частях неравенства одинаковое (2). Так как число, стоящее в левой части неравенства, меньше числа, стоящего в правой части, а 9 — самая большая цифра, то вместо первой звёздочки выставляем 9. Тогда число квадратных сантиметров в левой и правой частях неравенства будет одинаковым. Остаётся сравнить квадратные миллиметры. $86 \text{ мм}^2 < *0 \text{ мм}^2$. Очевидно, что единственно возможной цифрой здесь является 9. $86 \text{ мм}^2 < 90 \text{ мм}^2$. Итак, получили $234 \text{ см}^2 586 \text{ мм}^2 < 2 \text{ дм}^2 39 \text{ см}^2 90 \text{ мм}^2$.

Задание направлено на формирование умения работать с единицами измерения площади, переводить численные значения площадей из одних единиц в другие, на закрепление знаний о соотношениях между различными единицами площади, совершенствование и обобщение навыка сравнения именованных чисел, развитие логического мышления, смекалки.



1 км 67 м = 1067 м = 1 верста.

Так как 1 верста = 500 сажень, то 500 сажень = 1067 м.

Следовательно, $1 \text{ сажень} = 1067 \text{ м} : 500 = 2 \text{ м (ост. 67)}.$

Таким образом, 1 сажень — это чуть больше двух метров. Попробуем перевести метры в сантиметры и вычислить результат более точно.

$$1067 \text{ м} = 106\,700 \text{ см. } 106\,700 : 500 = 213 \text{ (ост. 200).}$$

Таким образом, 1 сажень — это больше, чем 213 см. Переведём сантиметры в миллиметры и выполним деление: $106\,700 \text{ см} = 1\,067\,000 \text{ мм}.$

$$1\,067\,000 : 500 = 2134.$$

$$\text{Таким образом, } 1 \text{ сажень} = 2134 \text{ мм} = 213 \text{ см } 4 \text{ мм} = 2 \text{ м } 13 \text{ см } 4 \text{ мм}.$$

Так как 1 верста = 500 саженей = 1500 аршин, то 1 сажень = 3 аршинам, то есть 3 аршина = 2134 мм. Тогда 1 аршин = $2134 \text{ мм} : 3 = 711 \text{ мм}$ (ост. 1). Таким образом, 1 аршин — это чуть больше 711 мм. 1 аршин — это приблизительно 71 см.

Задание направлено на формирование умения работать с величинами, выраженными в разных единицах измерения, переводить крупные единицы длины в более мелкие, и наоборот. Задание знакомит детей со старинными русскими мерами длины, что способствует развитию кругозора, любознательности, формированию познавательных интересов.

7 Масса полностью наполненного сосуда складывается из массы пустого сосуда и массы жидкости, которую вмещает данный сосуд. Эта масса составляет 8 кг. Масса сосуда, наполненного наполовину, также складывается из массы пустого сосуда и массы жидкости, находящейся в этом сосуде, и составляет 5 кг. Тогда разность $8 - 5$ означает, что мы от массы пустого сосуда и массы жидкости, вмещающейся в первый сосуд, отняли массу пустого сосуда и массу половины жидкости. $8 - 5 = 3 \text{ кг}$ — это масса половины жидкости, вмещающейся в сосуд. Тогда $5 - 3 = 2 \text{ кг}$ — это масса пустого сосуда.

Можно рассуждать и по-другому. $3 + 3 = 6 \text{ кг}$ — это масса жидкости, вмещающейся в полностью наполненный сосуд. Тогда $8 - 6 = 2 \text{ кг}$ — это масса пустого сосуда.

Задание направлено на формирование умения решать текстовые задачи, моделировать ситуации, представленные в задачах, с помощью математических выражений, на развитие логического мышления.

8 а) Очевидно, что за 4 года ошибка древнеегипетского календаря составит $5 \text{ ч } 48 \text{ мин } 46 \text{ с} \cdot 4 = 20 \text{ ч } 192 \text{ мин } 184 \text{ с}; 184 \text{ с} = 3 \text{ мин } 4 \text{ с}; 192 \text{ мин} = 3 \text{ ч } 12 \text{ мин}; 192 \text{ мин } 184 \text{ с} = 3 \text{ ч } 15 \text{ мин } 4 \text{ с}; 20 \text{ ч } 192 \text{ мин } 184 \text{ с} = 23 \text{ ч } 15 \text{ мин } 4 \text{ с}.$

в) Продолжительность четырёх астрономических лет равна 365 сут.

$$5 \text{ ч } 48 \text{ мин } 46 \text{ с} \cdot 4 = 1460 \text{ сут. } 20 \text{ ч } 192 \text{ мин } 184 \text{ с} = 1460 \text{ сут. } 23 \text{ ч } 15 \text{ мин } 4 \text{ с}.$$

Продолжительность четырёх лет по юлианскому календарю составляет $365 \text{ сут.} \cdot 4 = 1460 \text{ сут.}; 1461 \text{ сут.} - 1460 \text{ сут. } 23 \text{ ч } 15 \text{ мин } 4 \text{ с} = 44 \text{ мин } 56 \text{ с}.$ Продолжительности четырёх астрономических лет больше четырех лет по юли-

анскому календарю на 44 мин 56 с. Таким образом, один астрономический год короче года по юлианскому календарю в среднем на $44 \text{ мин } 56 \text{ с} : 4 = 11 \text{ мин } 14 \text{ с}$.

г) Для ответа на вопрос удобно перевести все числовые данные в секунды:
 $1 \text{ сут.} = 24 \text{ ч} = 24 \cdot 60 = 1440 \text{ мин} = 1440 \cdot 60 = 86\,400 \text{ с}$.

$$11 \text{ мин } 14 \text{ с} = 11 \cdot 60 + 14 = 674 \text{ с}.$$

$86\,400 : 674 = 128$ (ост. 128). Итак, разница, составляющая сутки, накопится в юлианском календаре за 128 лет. С течением времени эта разница будет постоянно увеличиваться.

д) По юлианскому календарю високосными считались бы годы 1600, 1700, 1800, 1900, 1992, 2000, 1020, 2100, так как эти годы обозначены числами, делимыми на 4. По новому григорианскому календарю високосными остаются 1992 и 2020 годы, так как они не вековые. Из вековых годов високосными остаются 1600 и 2000 годы, так как количество столетий у них (16 и 20) делится на 4. 1700, 1800, 1900, 2100 годы високосными по григорианскому календарю не являются, так как число столетий у них на 4 не делится.

Выполнение задания позволяет школьникам лучше понять устройство современного календаря, обобщить знания о единицах измерения времени, закрепить навыки перевода численных значений времени из одних единиц в другие.

Предлагаемая серия заданий знакомит школьников с историей создания современного календаря, что позволяет расширить общий кругозор учащихся.

Задание направлено на формирование у учащихся познавательного интереса, на развитие их любознательности, потребности в получении новой информации.

9 Задание направлено на формирование умения работать с информацией, представленной в текстовой форме: выделять главное, представлять информацию в виде таблицы, определять необходимое количество строк и столбцов таблицы для полного отражения имеющейся информации.

В данном случае для выполнения последующих заданий достаточно, чтобы таблица имела два столбца: «название животных» и «вес животных». Однако для того, чтобы полно отразить информацию, имеющуюся в тексте, нужно добавить ещё два столбца: «рост животных» и «чем питаются животные». Количество строк таблицы будет равно количеству упоминающихся в тексте животных плюс ещё одна строка, в которой будут помещены названия столбцов.

Название	Масса животного	Рост	Чем питается
Синий кит	до 150 т	33 м	рачки планктона
Африканский слон	50 т	4 м	трава, листья
Африканский носорог	30 т	2 м	трава, листья

Задание направлено на формирование информационной культуры учащихся, развитие любознательности, познавательного интереса, расширение общего кругозора. Для того, чтобы усилить развивающий эффект задания, можно предложить детям в качестве домашнего задания самостоятельно найти сведения о других животных и дополнить составленную в классе таблицу. Такая работа будет способствовать формированию потребности в информации, навыка поиска информации в различных источниках, умения определять возможный источник нужной информации. Все эти качества являются необходимыми составляющими общей культуры современного человека.

10 Очевидно, что год смерти Н.И. Лобачевского 1856. В XVIII веке учёный прожил $64 - 56 = 8$ лет. Год его рождения $1800 - 8 = 1792$.

Задание направлено на обобщение знаний и закрепление навыков работы с единицами времени, такими, как год и век. Задание способствует расширению кругозора, формированию познавательного интереса к достижениям отечественной науки.

11 Сумма лет героя задачи, его отца и матери $106 - 10 = 96$. Мать в 2 раза старше героя задачи, то есть её возраст — это 2 возраста героя. Аналогично, возраст отца — это 3 возраста героя задачи. Вместе с возрастом героя всего $2 + 3 + 1 = 6$ возрастов. Итак, 6 возрастов — это 96 лет. Тогда один возраст — это $96 : 6 = 16$ (лет). Следовательно, герою задачи 16 лет, его матери — $16 \cdot 2 = 32$ года, отцу — $16 \cdot 3 = 48$ лет.

Проверка: $16 + 32 + 48 + 10 = 106$ лет.

Задание направлено на формирование умения решать текстовые задачи арифметическим способом, на развитие логического мышления, на формирование умения составлять математические модели предлагаемой ситуации.

Повторение и закрепление

1 Длина дорожек складывается из суммы горизонтальных и вертикальных частей ступенек каждой лестницы. Эти суммы у обеих лестниц одинаковы. Сумма горизонтальных частей ступенек равна основанию лестницы (2 м). Сумма вертикальных частей ступенек равна высоте лестницы (1 м). Таким образом, обе дорожки имеют одинаковую длину: $2 + 1 = 3$ м.

Задание направлено на развитие логического мышления, формирование пространственных представлений, формирование умения выделять главное и второстепенное в данных задачи.

2 Квадрат площадью 4 м^2 имеет сторону 2 м или 200 см. В таком квадрате маленьких квадратов площадью 1 см^2 уместится $200 \cdot 200 = 40\,000$ шт.

Очевидно, что полоса, сложенная из этих квадратов, будет иметь длину $40\,000\text{ см} = 400\text{ м}$.

Задание направлено на формирование и закрепление навыков работы с единицами длины и площади, развитие геометрического мышления.

- 3 Выполним чертёж. Пусть AB — данный отрезок, C — точка, делящая этот отрезок на 2 произвольные части AC и CB . D — середина отрезка AC , E — середина отрезка CB .



Тогда $AD = DC$; $CE = BE$. Следовательно, $AD + BE = DC + CE$.

$AB = (AD + BE) + (DC + CE)$. Таким образом, половинки отрезков AC и CB образуют вместе половину отрезка AB . Искомое расстояние $DE = DC + CE$. Оно будет равно половине отрезка AB . $DE = 20 : 2 = 10\text{ см}$.

Задание направлено на формирование геометрического мышления, формирование умения работать с геометрическим чертежом. После решения задачи можно попросить школьников сформировать общий вывод о том, чему равно расстояние между серединами любых частей отрезка (половине длины этого отрезка). Это будет способствовать развитию логического мышления, формированию умения обобщать полученную в результате рассуждений информацию, делать общие выводы.

- 4 Работая в рамках множества натуральных чисел, дети не могут высчитать толщину одного листа бумаги. Поэтому для решения задачи необходимо определить, сколько раз по 500 листов содержится в 1 млн листов, и полученное число умножить на 5.

Задание направлено на формирование умения решать текстовые задачи, работать с единицами длины, представлять численное значение длины в различных единицах измерения.

Сложение и вычитание

- 1 Проанализируем предлагаемый ключ.

$$\begin{array}{r}
 2\triangle\triangle36 \\
 + \\
 *1\square2\uparrow9 \\
 \hline
 *3\ 9\ \uparrow1\square
 \end{array}$$

Будем складывать, начиная с разряда единиц: $6 + 9 = 15$. В разряд единиц суммы пишем 5, а 1 десяток прибавляем к разряду десятков первого слагаемого. Значит, $\square$ — это 5. Складываем цифры десятков. $3 + 1 = 4$. При

сложении 4 и $\uparrow$ получили в разряде десятков 1. Но сумма 4 с любым числом не может быть равна 1. Значит, при сложении цифр разряда десятков получилось 11. 11 получается, если к 4 прибавить 7. Значит, $\uparrow$ — это 7. $3 + 7 + 1 = 11$. 1 пишем в разряд десятков ответа, а 1 переносим в следующий разряд. $\uparrow$ — это 7. Складываем сотни: $\triangle + 2 + 1 = \uparrow$. В разряде сотен ответа стоит 7. $\triangle + 3 = 7$. Значит, $\triangle$ — это 4. Складываем тысячи. $\triangle + \square = 9$. Мы выяснили, что $\square$ — это 5, $\triangle$ — это 4. $4 + 5 = 9$. Складываем десятки тысяч. $2 + 1 = 3$. В разряде десятков тысяч ответа стоит 3. Сносим цифру сотен тысяч из второго слагаемого в ответ. Итак, ключ позволил нам установить, что $\square$ — это 5, $\triangle$ — 4, $\uparrow$ — это 7. Мы не выяснили, какая цифра зашифрована *. Воспользуемся полученными результатами и выполним второе действие.

$$\begin{array}{r} * 3 \uparrow 1 \square \\ + \square * 2 \triangle 2 \\ \hline * \triangle \square \square \square \uparrow \end{array}$$

Мы знаем, что $\square$ — это 5. $5 + 2 = 7$. В разряд единиц ответа нужно записать 7. Это соответствует полученному ранее результату, что $\uparrow$ — это 7. Аналогично, $\triangle$ — это 4. $1 + 4 = 5$. Результат соответствует выводу о том, что $\square$ — это 5. Складываем сотни: $\uparrow + * = \square$, то есть при сложении 7 и * в разряде сотен ответа записали 5. Но при сложении 7 с любым числом 5 не может получиться. Значит, при сложении сотен получилось 15. $7 + * = 15$. Следовательно, * — это 8. $7 + 8 = 15$. 5 пишем в разряд сотен ответа, а 1 переносим в следующий разряд. $9 + \square + 1 = 10 + 5 = 15$. В разряд тысяч ответа записываем 5. Это соответствует значку $\square$, стоящему в разряде тысяч ответа. 1 переносим в следующий разряд. $3 + 1 = 4$. Это соответствует значку $\triangle$, стоящему в разряде десятков тысяч ответа. Сносим в ответ цифру сотен тысяч первого слагаемого. Как мы уже выяснили, * — это 8. Итак, расшифрованный пример будет выглядеть следующим образом: $24\ 336 + 815\ 279 + 5842 = 845\ 507$.

Выполняем проверку с помощью непосредственных вычислений.

Задание направлено на совершенствование навыка сложения многозначных чисел, обобщение знаний о поразрядовом принципе письменного сложения, развитие логического мышления, формирование такого информационного умения, как умение декодировать информацию, используя ключ. Задания, предлагаемые в такой форме, позволяют активизировать такие познавательные процессы, как мышление и внимание, пробудить интерес детей к выполняемой работе.

2 Воспользуемся предлагаемым ключом:

$$\begin{array}{r} 2 \square \uparrow 5 * \\ - 6 a \uparrow 6 \\ \hline * 6\ 605 \end{array}$$

Будем вычитать, начиная с разряда единиц: $* - 6 = 5$. Если вычитаемое равно 6, а разность 5, то уменьшаемое равно 11. Но знаком * зашифрована цифра. Эта цифра разряда единиц числа 11. Значит, * — это 1. 11 получилось после того, как мы заняли единицу следующего разряда (десятков). Тогда в разряде десятков осталось $5 - 1 = 4$. При вычитании десятков мы имеем: $4 - \uparrow = 0$. Следовательно, $\uparrow$ — это 4. Тогда при вычитании сотен будем иметь $4 - a = 6$. Но при вычитании от 4 любого числа 6 не получится. Следовательно, при вычитании цифр разряда сотен мы заняли единицу разряда тысяч и вычитали $14 - a = 6$. Значит, a — это 8. При этом цифра разряда тысяч стала на 1 меньше: $\square - 1$. При вычитании тысяч вычитаемое равно 6, разность равна 6. Тогда уменьшаемое равно 12. Но так как от тысяч мы занимали 1, то это число на 1 больше, то есть 13. Цифра разряда тысяч уменьшаемого — это цифра единиц числа 13, то есть 3. $\square$ — это 3. При вычитании тысяч мы заняли единицу следующего разряда. В разряде десятков тысяч осталось 1. 1 снесли в разряд десятков тысяч разности. Это соответствует полученному ранее результату, что * — это 1. Итак, мы имеем: $* - 1$, $\uparrow - 4$, $\square - 3$, $a - 8$.

Мы не выяснили, какая цифра зашифрована Δ .

Выполним второе действие:

$$\begin{array}{r}
 1\ 6\ 6\ 0\ 5 \\
 +\ * \ 5\ \square\ a\ \Delta \\
 \hline
 \square\ *\ \Delta\ \Delta\ \uparrow
 \end{array}$$

Так как $\uparrow$ — это 4, то при сложении единиц имеем: $5 + \Delta = 4$. Но сумма 5 с любым числом не может равняться 4. Следовательно, при сложении единиц получается 14. $5 + \Delta = 14$. Тогда Δ — это 9. $5 + 9 = 14$. 4 пишем в разряд единиц ответа, а 1 переносим в следующий разряд. $0 + 1 = 1$. $\uparrow$ — это 8. $1 + 8 = 9$ — результат соответствует сделанному выводу о том, что Δ — это 9. Это подтверждается и при сложении сотен: $\square$ — это 3, $6 + 3 = 9$. Складываем тысячи. $6 + 5 = 11$. 1 пишем в разряд тысяч ответа. Это соответствует тому, что * — это 1. 1 переносим в следующий разряд. $1 + 1 + * = 1 + 1 + 1 = 3 = \square$. Полученные результаты соответствуют друг другу. Расшифрованный пример выглядит так: $23\ 451 - 6846 + 15\ 389 = 31\ 994$. Результат проверяем непосредственными вычислениями.

Задание направлено на совершенствование навыка сложения многозначных чисел, обобщение знаний о поразрядовом принципе письменного сложения, развитие логического мышления, формирование такого информационного умения, как умение декодировать информацию, используя ключ. Задания, предлагаемые в такой форме, позволяют активизировать такие познавательные процессы, как мышление и внимание, пробудить интерес детей к выполняемой работе.

- 3) 1) Записи при выполнении вычитания древнеиндийским способом будут следующими:

$$\begin{array}{r} \text{а) } 13 \\ \underline{24079} \\ 18541 \\ \underline{18541} \\ 10538 \\ 05 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Проверка: } 18541 \\ + 5538 \\ \hline 24079 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } 30 \\ \underline{841057} \\ 27243 \\ \underline{27243} \\ 824814 \\ 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Проверка: } 27243 \\ + 813814 \\ \hline 841057 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } 799 \\ \underline{800546} \\ 24842 \\ \underline{24842} \\ 886704 \\ 775 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Проверка: } 24842 \\ + 775704 \\ \hline 800546 \end{array}$$

Задание направлено на совершенствование навыков письменного вычитания и проверки вычитания сложением. Работа с древнеиндийским способом вычитания позволяет обобщить знания детей о поразрядовом принципе выполнения этого действия. Задание знакомит детей с историей становления математики как науки, что способствует реализации мировоззренческой функции преподавания школьной дисциплины «Математика».

Задание также направлено на формирование у младших школьников умения работать с текстом, применять информацию, почерпнутую из текста, для решения практических задач, соотносить информацию, представленную в текстовой и цифровой формах. Задание способствует развитию любознательности, расширению кругозора, воспитанию интереса к предмету.

2) Комментарий к выполненному вычитанию должен быть примерно таким.

$$\begin{array}{r} \text{а) } 23 \\ \underline{8469} \\ 1572 \\ \underline{1572} \\ 2997 \\ 18 \end{array}$$

Выполняем вычитание, начиная с разряда тысяч: $3 - 1 = 2$. В разряде тысяч разности записываем 2. Вычитаем сотни. От 4 отнять 5 мы не можем. Занимаем 1 у разряда тысяч. Цифру 3 уменьшаемого зачёркиваем и записываем сверху цифру 2. Тогда при вычитании цифр разряда тысяч мы будем от 2 отнимать 1. $2 - 1 = 1$. Зачёркиваем 2 в разряде тысяч разности и на её место записываем 1. Вычитаем сотни. $14 - 5 = 9$. В разряд сотен разности пишем 9. Вычитаем десятки. От 6 отнять 7 мы не можем. Занимаем 1 у разряда сотен.

При этом зачёркиваем цифру 4 разряда сотен уменьшаемого и на её место записываем 3. Следовательно, при вычитании сотен будем от 13 отнимать 5. $13 - 5 = 8$. Зачёркиваем цифру 9 разряда сотен разности и записываем на её место цифру 8. Вычитаем десятки: $16 - 7 = 9$. Записываем 9 в разряд десятков разности. Вычитаем единицы: $9 - 2 = 7$. Записываем цифру 7 в разряд единиц разности.

Итак, $3469 - 1572 = 1897$.

Решение уравнений

1 Очевидно, что деревьев было нечётное число, а тетеревов — чётное число, так как они могли сесть на деревья по двое, и при этом не оставалось лишнего тетерева, зато оставалось лишнее дерево. Из этого же следует, что количество пар тетеревов на 1 меньше, чем количество деревьев, то есть число, которое в 2 раза меньше числа тетеревов, на 1 меньше числа деревьев.

Из второго условия (если тетерева сядут по одному на дерево, то один тетерев останется лишним) следует, что число тетеревов на 1 больше числа деревьев. Итак, числа, выражающие число пар тетеревов, число деревьев и число тетеревов, последовательно следуют друг за другом. При этом первое из указанных чисел в 2 раза меньше последнего. Из всех натуральных чисел таким свойством обладают только 2, 3, и 4. Итак, 3 — число деревьев, 4 — число тетеревов, 2 — число пар тетеревов.

Проверим наши выводы. Если 4 тетерева сядут на деревья парами, то им понадобится 2 дерева, что на 1 меньше имеющихся трёх деревьев. Если 4 тетерева сядут по одному на имеющиеся 3 дерева, то один тетерев будет лишним. Итак, задача решена верно.

Задание направлено на развитие логического мышления, математической интуиции, смекалки. Задание учит детей работать с информацией, анализировать имеющиеся данные, строить на основе этого анализа умозаключения, выдвигать и проверять гипотезы.

2 В уравнении а) значение суммы, стоящей в левой части, на 12 больше, чем значение x . Значение разности, стоящей в правой части, на 10 меньше, чем значение y .

Значения суммы и разности равны одному и тому же числу. x на 12 меньше этого числа, а y на 10 больше этого числа. Следовательно, x на $12 + 10 = 22$ меньше y . Итак, решением уравнения является любая пара чисел, в которой первое число на 22 меньше второго. Следовательно, y может принимать наименьшее значение 22. Тогда наименьшее значение для x будет $22 - 22 = 0$. Например, $x = 50$, тогда $y = 50 + 22 = 72$.

Проверим: $50 + 12 = 72 - 10$. $62 = 62$ — верно.

В левой части уравнения б) мы имеем сумму разности $x - 210$ и числа 42. В правой части мы имеем сумму разности $y - 218$ и числа 42. Так как суммы равны и вторые слагаемые в этих суммах равны, то и первые слагаемые равны: $x - 210 = y - 218$.

Значения выражений в левой и правой частях равно одному и тому же числу. x больше этого числа на 210, а y — на 218. Следовательно, y больше x на $218 - 210 = 8$. Итак, решением уравнения является любая пара чисел, второе из которых на 8 больше первого. Но при этом нужно учитывать, что и в левой, и в правой частях уравнения мы имеем разности. Чтобы разность существовала, уменьшаемое должно быть больше или равно вычитаемого. Следовательно, y может принимать значения, не меньшие 218, а x — не меньшие 210. Например, $y = 348$, тогда $x = 348 - 8 = 340$.

Проверим: $340 - 210 + 42 = 348 - 218 + 42$. $172 = 172$ — верно.

В уравнении в) сумму $x + x + x$ можно представить как $x \cdot 3$. Тогда увеличенное в 3 раза значение x на 54 больше увеличенного в 3 раза значения y . Итак, решением уравнения являются такие пары чисел, в которых произведение первого из них и числа 3 на 54 больше, чем произведение второго и числа 3. Так как в левой части мы имеем разность, то значение x должно быть таким, чтобы при умножении его на 3 получалось число, большее или равное 54. Например, $x = 23$. $23 \cdot 3 = 69$. $69 - 54 = 15$. $15 = y \cdot 3$, $y = 15 : 3 = 5$.

Задание направлено на закрепление знаний правил нахождения неизвестных компонентов действий, отработку навыков решения уравнений. Уравнение а) позволяет повторить определение умножения, закрепить умение представлять произведение в виде суммы одинаковых слагаемых, а сумму одинаковых слагаемых — в виде произведения. Действия, которые ученики выполняют при решении уравнения а), являются пропедевтикой работы с многочленами, а именно: приведения подобных слагаемых.

Уравнения б) и в) требуют логического мышления, сообразительности, математической интуиции. Эти задания знакомят школьников с уравнениями с двумя переменными и служат пропедевтикой такого понятия, как область допустимых значений переменных. В задании в) дети знакомятся с тем фактом, что уравнение может иметь несколько решений.

3 Для решения уравнения а) нужно вспомнить определение умножения. Согласно этому определению $x \cdot 3 = x + x + x$. Тогда левая часть уравнения имеет вид: $x + 48 + x + x + x$. Применим к этому выражению переместительное и сочетательное свойства сложения.

Получим: $48 + (x + x + x + x) = 72$. Воспользовавшись определением умножения, заменим сумму одинаковых слагаемых в скобках произведением: $48 + (x \cdot 4) = 72$. Мы имеем сумму 48 и произведения $x \cdot 4$. Выразим $x \cdot 4$ как неизвестное слагаемое: $x \cdot 4 = 72 - 48$; $x \cdot 4 = 24$; $x = 24 : 4$; $x = 6$.

В уравнении б) представляем 248 в виде суммы, одно из слагаемых в которой равно 142: $248 = 106 + 142$. Тогда уравнение примет вид: $x + 106 + 142 = y + 142$. Мы имеем равенство, в левой и правой частях которого стоят суммы, одно из слагаемых которых равно 142. Так как суммы равны, то $x + 106 = y$. Мы знаем, что x — двузначное число, делится на 9 и на 10. Из всех двузначных чисел на 9 и на 10 делится только 90. Значит, $x = 90$. Тогда $y = 90 + 106 = 196$.

Для решения уравнения в) выясним, какие значения может принимать переменная y . Из табличных случаев умножения на 7 и на 6 делится только 42. Очевидно, что на 7 и на 6 будет делиться любое произведение, один из множителей которого 42. $42 \cdot 2 = 84$ — двузначное число, делится на 6 и на 7.

$42 \cdot 3 = 126$ — трёхзначное число, это не удовлетворяет условию. Значит, $y = 42$ или $y = 84$.

Тогда $x \cdot 2 + 42 = 98$ или $x \cdot 2 + 84 = 98$

$$x \cdot 2 = 98 - 42 \quad x \cdot 2 = 98 - 84$$

$$x \cdot 2 = 56 \quad x \cdot 2 = 14$$

$$x = 56 : 2 \quad x = 14 : 2$$

$$x = 28 \quad x = 7$$

Итак, если $y = 42$, то $x = 28$; если $y = 84$, то $x = 7$.

Задание направлено на закрепление знаний правил нахождения неизвестных компонентов действий, отработку навыков решения уравнений. Уравнение а) позволяет повторить определение умножения, закрепить умение представлять произведение в виде суммы одинаковых слагаемых, а сумму одинаковых слагаемых — в виде произведения. Действия, которые ученики выполняют при решении уравнения а), являются пропедевтикой работы с многочленами, а именно: приведения подобных слагаемых.

Уравнения б) и в) требуют работы логического мышления, сообразительности, математической интуиции. Эти задания знакомят школьников с уравнениями с двумя переменными и служат пропедевтикой такого понятия, как область допустимых значений переменных. В задании в) дети знакомятся с тем фактом, что уравнение может иметь несколько решений.

Сложение и вычитание величин

1 а) $2 \text{ м } 17 \text{ см} = 2 \text{ м } 1 \text{ дм } 7 \text{ см}$. В правой части неравенства в окошко можно вставить только цифру 1: $2 \text{ м } 1 \text{ дм } 7 \text{ см} > 2 \text{ м } 1 \text{ дм}$.

б) $1848 \text{ см} = 18 \text{ м } 48 \text{ см} = 18 \text{ м } 4 \text{ дм } 8 \text{ см}$. $18 \text{ м} < 19 \text{ м}$. В левой части неравенства в окошко можно вставить цифру 9: $18 \text{ м } 4 \text{ дм } 8 \text{ см} < 19 \text{ м } 5 \text{ дм}$. Так как $4 \text{ дм} < 5 \text{ дм}$, то в окошко можно вставить и цифру 8: $18 \text{ м } 4 \text{ дм } 8 \text{ см} < 18 \text{ м } 5 \text{ дм}$.

Задание имеет два верных ответа.

в) $8 \text{ кг } 348 \text{ г} = 8348 \text{ г}$. В окошко можно вставить цифры 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9: $8348 \text{ г} < 8349 \text{ г}$, $8348 \text{ г} < 8449 \text{ г}$ и т.д. Задание имеет семь правильных ответов.

г) $1545 \text{ кг} = 1 \text{ т } 545 \text{ кг}$. В окошко можно вставить только цифру 1. $1 \text{ т } 545 \text{ кг} > 1 \text{ т } 445 \text{ кг}$.

Задание направлено на закрепление и отработку навыков перевода одних единиц измерения величин в другие, на закрепление навыков сравнения многозначных чисел и числовых значений величин, выраженных разными единицами измерения.

2 Правильно расставлены знаки сравнения в примерах б), г), е). Ошибки в примерах а), в), д).

а) $5 \text{ кг } 348 \text{ г} < 3 \text{ т } 348 \text{ г}$, в) $5 \text{ м } 22 \text{ см} < 5 \text{ м } 3 \text{ дм}$, д) $4 \text{ т } 74 \text{ кг} = 4074 \text{ кг}$

Задание направлено на формирование умения работать с единицами измерения величин, сравнить именованные числа. Задание способствует развитию внимания, формированию навыков контроля. Объяснение допущенных ошибок способствует развитию речи, формированию умения чётко, обоснованно и аргументированно излагать свои мысли.

3 Работу над заданием следует начать с решения предложенной задачи. Для того чтобы найти расстояние между станциями, необходимо знать скорость поезда и время, которое он был в пути. Найдём время, затраченное поездом: $20 \text{ ч } 15 \text{ мин} - 16 \text{ ч } 45 \text{ мин} = 19 \text{ ч } 75 \text{ мин} - 16 \text{ ч } 45 \text{ мин} = 3 \text{ ч } 30 \text{ мин}$. За 3 ч поезд пройдёт $60 \cdot 3 = 180 \text{ км}$. 30 мин — это половина часа, то есть за 30 мин поезд пройдёт $60 : 2 = 30 \text{ км}$. Расстояние между станциями $180 + 30 = 210 \text{ км}$.

Рассмотрим предлагаемые решения.

а) Разность $20 \text{ ч } 15 \text{ мин} - 16 \text{ ч } 45 \text{ мин}$ показывает, какое время был в пути поезд, если двигался без остановок.

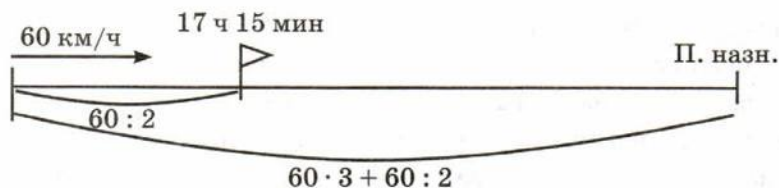
Тогда разность $20 \text{ ч } 15 \text{ мин} - 16 \text{ ч } 45 \text{ мин} - 15 \text{ мин} = 3 \text{ ч } 15 \text{ мин}$ может характеризовать время, которое затратил поезд на дорогу в пункт назначения, если он сделал в пути остановку на 15 мин или если его отправление со станции было задержано на 15 мин. $60 \cdot 3$ — это расстояние, которое пройдёт поезд за 3 ч, двигаясь со скоростью 60 км/ч, 15 мин — это $1/4 \text{ ч}$. Тогда $60 : 4$ — это расстояние, которое пройдёт поезд за 15 мин. Тогда $60 \cdot 3 + 60 : 4 = 195 \text{ (км)}$ — расстояние, которое пройдёт поезд за 3 ч 15 мин. Это может быть расстояние между станцией и пунктом назначения. Задачу можно сформулировать так: «Поезд вышел со станции в 16 ч 45 мин и, двигаясь со скоростью 60 км/ч, прибыл в пункт назначения в 20 ч 15 мин. Каково расстояние между станцией и пунктом назначения, если в пути поезд сделал остановку на 15 мин?»

Другой вариант: «По расписанию поезд должен был отправиться со станции в 16 ч 45 мин и, двигаясь без остановок, прибыть в пункт назначения в 20 ч 15 мин. Однако на станции его отправление было задержано на 15 мин. Каково

расстояние между станцией и пунктом назначения, если, двигаясь со скоростью 60 км/ч, поезд прибыл в пункт назначения вовремя?». Мы изменили условие задачи, добавив недостающие данные. Вопрос задачи остался прежним.

б) Разность 20 ч 15 мин – 16 ч 45 мин = 3 ч 30 мин характеризует время, в течение которого поезд был в пути. Во втором действии результатом (1 км/мин) является скорость движения поезда. Скорость есть частное расстояния и времени. Так как наименование у числового значения скорости километров в минуту, то расстояние должно быть выражено в километрах, а время в минутах. Делимое 210 — это расстояние между станцией и пунктом назначения (210 км). Тогда делитель 210 — это время, которое поезд был в пути, выраженное в минутах. Действительно, 3 ч 30 мин = $60 \cdot 3 + 30 = 210$ мин. Итак, 1 км/мин — это скорость, с которой двигался поезд. Задача может быть сформулирована так: «Поезд вышел со станции в 16 ч 45 мин и прибыл в пункт назначения в 20 ч 15 мин. С какой скоростью двигался поезд, если расстояние между станцией и пунктом назначения 210 км?». Мы сформулировали задачу, обратную данной.

в) 20 ч 15 мин – 16 ч 45 мин = 3 ч 30 мин — это время, в течение которого поезд был в пути. Разность 17 ч 15 мин – 16 ч 45 мин = 30 мин показывает, сколько времени прошло с момента выхода поезда со станции до 17 ч 15 мин. $60 \cdot 3$ — это расстояние, которое поезд прошёл за 3 ч. Так как 30 мин = $1/2$ ч, то $60 : 2$ — это расстояние, которое поезд прошёл за 30 мин. $60 \cdot 3 + 60 : 2$ — это расстояние, которое поезд прошёл за 3 ч 30 мин, то есть расстояние между станцией и пунктом назначения. То частное, которое мы в третьем действии вычитаем ($60 : 2$), это то же расстояние, которое поезд прошёл за 30 мин. Это может быть то расстояние, на котором находился поезд от станции в 17 ч 15 мин.



Тогда разность $(60 \cdot 3 + 60 : 2) - 60 : 2$ может означать расстояние, на котором находился поезд от пункта назначения в 17 ч 15 мин. Задача может быть сформулирована так: «Поезд вышел со станции в 16 ч 45 мин и, двигаясь без остановок со скоростью 60 км/ч, прибыл в пункт назначения в 20 ч 15 мин. На каком расстоянии от пункта назначения находился поезд в 17 ч 15 мин?»

г) Разность 20 ч 15 мин – 16 ч 45 мин – 15 мин = 3 ч 15 мин означает, какое время был в пути поезд, при условии, что его задержали на 15 мин. 15 мин = $1/4$ ч. $60 : 4$ — это расстояние, которое проходит поезд за 15 мин. $60 \cdot 3 + 60 : 4$ — это расстояние, которое прошёл поезд за 3 ч 15 мин. Разность $210 - (60 \cdot 3 + 60 : 4)$

может означать, сколько километров не доехал поезд до пункта назначения к тому моменту, когда он должен там быть по расписанию. Задача может быть сформулирована так: «Расстояние между станцией и пунктом назначения 210 км. По расписанию поезд отправляется со станции в 16 ч 45 мин и прибывает в пункт назначения в 20 ч 15 мин. Однако в пути поезд был задержан на 15 мин. На каком расстоянии от пункта назначения находился поезд в 20 ч 15 мин, если его средняя скорость 60 км/ч?»

Задание направлено на формирование навыка работы с величинами, выраженными в разных единицах измерения, навыка выполнения действий с именнованными числами, на формирование умения решать текстовые задачи.

Задание весьма эффективно для развития логического мышления учащихся. Такая форма работы заставляет ребёнка думать над конкретной задачей, анализировать имеющиеся в ней взаимосвязи, устанавливать зависимость между величинами, а не решать задачу по шаблону, ориентируясь на имеющиеся образцы решённых раньше подобных задач.

Методисты считают, что подобная форма работы с задачей полезнее для решения образовательных и развивающих задач обучения, чем решение самой задачи.

Работа над заданием предполагает исследование математической модели (числового выражения) некоторой ситуации и воссоздание ситуации по этой модели. Учащиеся, анализируя числовую информацию и соотнося её с информацией, полученной при решении данной задачи, составляют новый информационный объект — текст новой задачи. Такая работа расширяет опыт информационной деятельности ребёнка, способствует формированию информационных умения и навыков, восприятию элементов информационной культуры. Кроме того, задание способствует развитию речи учащихся, воображения, математической интуиции. Ученики могут предлагать различные варианты условий задач. Ответы их должны быть обоснованными, тексты задач соотнесены с имеющимся решением. Устанавливать правильность или неправильность предложенного варианта и, при необходимости, корректировать текст следует в результате совместного обсуждения. Это способствует формированию умения чётко, последовательно и аргументированно излагать свои мысли, внимательно выслушивать аргументы товарищей и уважительно к ним относиться, принимать участие в дискуссии, совместном обсуждении проблемы. Всё это является важными коммуникативными умениями.

Повторение и закрепление

 При выполнении задания важно обратить внимание детей на то, что не для всех стран могут быть получены точные числовые данные об их площади.

Так, например, площадь Франции равна $17\,075\,400\text{ км}^2 : 31 = 550\,819\text{ км}^2$ (ост. 11). Следовательно, площадь Франции больше $550\,819\text{ км}^2$, но меньше $550\,820\text{ км}^2$.

Площадь Китая примерно равна $550\,820\text{ км}^2 \cdot 17 = 9\,363\,940\text{ км}^2$ (из значений $550\,819$ и $550\,820$ выбрано большее, так как сказано, что площадь Китая более чем в 17 раз больше площади Франции) и т.д.

Однако указанные погрешности не существенны по сравнению с численными значениями площадей государств. Поэтому, например, площадь территории Франции можно считать приблизительно равной $550\,819\text{ км}^2$ и т.д.

Имеющуюся в тексте информацию удобно представить в табличной форме.

Название государства	Площадь государства

В таблицу информацию следует заносить в том порядке, в котором она предлагается в тексте, попутно выполняя необходимые вычисления. Когда правый столбик будет заполнен численными значениями, будет легко расположить страны в порядке убывания их площади.

Можно предложить детям найти ещё какие-нибудь сведения о странах, упоминавшихся в задаче, и составить небольшое устное сообщение об одной из них. Это будет способствовать воспитанию любознательности, формированию познавательного интереса, формированию умения самостоятельно добывать информацию, работать с дополнительной литературой, воспитанию информационной потребности, формированию навыка самостоятельно создавать информационный объект, в частности, устное сообщение.

Задание направлено на отработку навыка выполнения арифметических действий с многозначными числами и сравнения многозначных чисел. Задание способствует формированию информационных умений и навыков: работа с текстом, представление информации в табличной форме.

2 1) Класс тысяч образуют цифры, нумерующие строки таблицы. Из всех чисел, соответствующих строкам таблицы, записано тремя различными цифрами, следующими при счёте друг за другом, только число 231 (1, 2, 3). Следующие три цифры образуют трёхзначное число, средняя цифра которого на 1 меньше крайних, то есть крайние цифры этого числа одинаковы. Этому условию из всех чисел, обозначающих столбцы таблицы, соответствует только число 989. Итак, первая буква зашифрована числом 231 989. Это буква «к».

2) Из чисел, обозначающих строки таблицы, первая цифра делится на вторую у 845 (8 делится на 4), 998 (9 делится на 9) и у 339 (3 делится на 3). Но так

как по условию все цифры числа различны, то нам подходит только число 845. 845 — первые три цифры шестизначного числа. Следовательно, цифра тысяч этого числа — 5. По условию она равна сумме цифр десятков и единиц. Цифры десятков и единиц — это вторая и третья цифры числа, обозначающего столбцы таблицы. Из всех этих чисел данному условию удовлетворяет только число 123 ($2 + 3 = 5$). Итак, вторая буква зашифрована числом 845 123. Это буква «р».

3) Условию, при котором цифры класса тысяч такие же, как и цифры класса единиц, удовлетворяют две пары чисел: 231 и 123; 998 и 989. Они образуют числа: 231 123 и 998 989. Старшая цифра класса тысяч первого числа — 2, старшая цифра класса единиц — 1.

$2 \neq 1$. Следовательно, это число нам не подходит. Во втором числе старшая цифра класса тысяч 9, такая же, как и старшая цифра единиц — 9. Следовательно, третья буква зашифрована числом 998 989. Это буква «и».

4) Наименьшее двузначное число — это 10. Старшие цифры классов числа, шифрующего эту букву — это первые цифры трёхзначных чисел, обозначающих строки и столбцы таблицы. Этому условию будут соответствовать числа 231 866 ($2 + 8 = 10$), 763 342 ($7 + 3 = 10$), 998 123 ($9 + 1 = 10$). По условию это число нечётное, то есть оно не делится на 2 без остатка. Методом непосредственного деления устанавливаем, что нечётным является только число 998 123. Этим числом зашифрована буква «п».

5) Сотен тысяч на 1 меньше, чем единиц у чисел 231 123 ($2 < 3$ на 1), 763 538 ($7 < 8$ на 1), 845 989 ($8 < 9$ на 1). Тысяч столько же, сколько и десятков, только у числа 763 538 (3 тысячи и 3 десятка). Этим числом зашифрована буква «т».

6) Условию «каждый класс начинается с одной и той же цифры» соответствуют числа 845 866 (классы начинаются с цифры 8), 998 989 (классы начинаются с цифры 9), 339 342 (классы начинаются с цифры 3). Цифры десятков тысяч и десятков являются соседними для цифры тысяч только у числа 845 866 (4 и 6 — соседние цифры для 5). Этим числом зашифрована буква «о».

7) Две первые цифры и две последние образуют одно и то же двузначное число только у числа 231 123 (23 и 23). Этим числом зашифрована буква «г».

8) Сотен тысяч в 2 раза больше, чем десятков тысяч, только в комбинации трёх первых цифр 845 (8 в 2 раза больше 4). Тысяч в этом числе будет 5. В комбинации вторых трёх цифр десятков и единиц вместе 5 только у 123 ($2 + 3 = 5$). Тогда это число 845 123. Этим числом зашифрована буква «р».

9) Цифра сотен и цифра единиц одинаковы и равны сумме цифр тысяч и десятков тысяч. Это значит, что в комбинации вторых трёх цифр первая и третья цифры одинаковы. Эта комбинация — 989. Сумма цифр тысяч и десятков тысяч равна 9. Это означает, что вторая и третья цифры в комбинации первых трёх цифр в сумме дают 9. Это комбинация 763 ($6 + 3 = 9$) и 845 ($4 + 5 = 9$). Десятков в этом числе 8, что на 1 больше, чем сотен тысяч. Следовательно, это число 763 989 (8 больше 7 на 1). Этим числом зашифрована буква «а».

10) Наибольшее чётное трёхзначное число 998 (наибольшее трёхзначное число 999, но оно не делится на 2 — это устанавливается методом непосредственного деления). Следовательно, цифра тысяч в искомом числе — 8. Она делится и на цифру десятков, и на цифру единиц. Этому условию удовлетворяет только комбинация 342 (8 делится на 4 и 8 делится на 2). Итак, это число 998 342. Этим числом зашифрована буква «ф».

11) Цифры числа можно разбить на две группы по признаку равенства. Это означает, что число записано с помощью двух различных цифр. Цифры в первой комбинации должны быть такими же, как и цифры во второй комбинации. Это число 998 989 (цифры числа можно разбить на две группы: четыре девятки и две восьмёрки). Этим числом зашифрована буква «и».

12) Первая цифра числа (сотни тысяч) на 1 больше второй цифры (десятки тысяч). Этому условию соответствует комбинация 763 ($7 > 6$ на 1). В искомом числе будет 3 тысячи. Следовательно, одна из цифр числа повторяется 3 раза. Так как в комбинации 763 нет одинаковых цифр, а в комбинациях, обозначающих столбцы таблицы, нет записи из трёх одинаковых цифр, то в качестве второй комбинации следует искать запись, в которой повторяются две цифры, причём это либо цифра 7, либо 6, либо 3. Этому условию отвечает комбинация 866. Итак, искомое число 763 866. Этим числом зашифрована буква «я».

Шифровка выглядит так: 231 989, 845 123, 998 989, 998 123, 763 538, 845 866, 231 123, 845 123, 763 989, 998 342, 998 989, 763 866.

С помощью этих чисел было зашифровано слово «криптография».

Область знаний, связанная с шифрованием и дешифрованием информации, называется криптография.

Шифр имени автора произведений о Шерлоке Холмсе выглядит так: 763 989, 845 123, 763 538, 998 866, 845 123, 231 989, 845 866, 845 342, 763 989, 845 342, 231 866, 845 866, 339 538, 845 451.

Задание позволяет уточнить знания детей о нумерации многозначных чисел. Работа по шифрованию и дешифрованию информации расширяет опыт информационной деятельности школьников, способствует развитию логического мышления, внимания. Подобные задания детям интересны, поэтому их выполнение способствует формированию положительной мотивации к учебной деятельности. Сама постановка задачи направлена на расширение кругозора школьников, воспитание их познавательных интересов, любознательности.

Вторая часть задания — творческая. Каждый ребёнок составит своё описание чисел, шифрующих буквы. Подобная работа будет способствовать обобщению знаний детей о нумерации чисел, воспитанию самостоятельности и инициативности, формированию навыков создания информационных объектов (в данном случае текста), тождественных данному (числу), развитию речи, формированию умения доказательно обосновывать свой вариант ответа, внимательно выслушивать и анализировать ответы товарищей (при проверке в классе).

Умножение на однозначное число

1) При умножении на 5 любого числа на конце всегда будет 0 или 5. Причём 5 получается, если умножают нечётную цифру, а 0 — если умножают чётную цифру. Таким образом, данное число может оканчиваться на 0, 2, 4, 6 или 8.

2) Так как по условию задания делимое — это число, наименьшее из возможных, то и частное будет наименьшим из возможных. Наименьшее трёхзначное число — это 100. Оно получается при делении на 3 числа 300. Значит, 300 — это наименьшее трёхзначное число, при делении которого на 3 получается трёхзначное число.

3) Так как по условию искомое число является наибольшим из возможных двузначных чисел, при умножении которого на 4 получается двузначное число, то при умножении следующего за ним числа на 4 получится уже трёхзначное число. Очевидно, что это будет наименьшее из всех возможных трёхзначных значений произведений, один из множителей которых — 4. Таким числом является 100. $100 = 25 \cdot 4$. Следовательно, искомое число — это число, предшествующее 25, то есть 24. Действительно, $24 \cdot 4 = 96$.

4) Если при умножении цифры десятков многозначного числа к произведению прибавляется 3, то значение произведения единиц на 5 — это двузначное число, цифра десятков которого — 3. Таким числом может быть 30 и 35. Эти числа получаются при умножении на 5 чисел 6 и 7. Следовательно, многозначное число может оканчиваться на 6 или на 7.

5) Наименьшее четырёхзначное число — это 1000. $1000 = 200 \cdot 5$; $1000 = 250 \cdot 4$; $1000 = 500 \cdot 2$.

Из всех этих произведений только в первом второй множитель — число нечётное. Следовательно, перемножали числа 200 и 5.

6) Так как результат умножения — наименьший из возможных, то и множители — наименьшие из возможных. Наименьшим числом, содержащим 5 сотен, является 500. Наименьшим нечётным числом является 1, но при умножении на 1 произведение равно первому множителю, то есть не будет четырёхзначным. Следовательно, наименьший из возможных второй множитель — это 3. $500 \cdot 3 = 1500$ — число чётное. Пробуем 501. $501 \cdot 3 = 1503$ — нечётное число (чётность — нечётность можно проверить путём непосредственного деления на 2). Следовательно, искомые множители — это 501 и 3.

7) Сначала всегда умножают цифру единиц. Следовательно, в разряде единиц искомого числа стоит цифра 7. $7 \cdot 4 = 28$. В разряд единиц произведения запишем 8, а к результату умножения десятков на 4 прибавим 2, и результат окажется числом, оканчивающимся на 0. Это число может быть 10.

$10 = 8 + 2 = 2 \cdot 4 + 2$. Тогда цифра десятков первого множителя — 2. Это число не может быть 20, так как $20 = 18 + 2$, а 18 не является результатом умножения на 4 никакого числа. Это число может быть 30. $30 = 28 + 2 = 7 \cdot 4 + 2$. Но в этом случае цифра десятков первого множителя — 7, что противоречит условию, по которому все цифры искомого числа различны. Это число не может быть 40, так как $40 = 38 + 2$, а 38 не может получиться при умножении на 4 какого-либо числа. Это число не может быть больше 40, так как числа, большие 40, получаются при умножении на 4 двузначных чисел.

Итак, единственно возможный вариант — 10. Он соответствует цифре десятков первого множителя — 2. Так как произведение — трёхзначное число, то цифра сотен первого множителя может быть 1 или 2 ($300 \cdot 4 = 1200$ — четырёхзначное число). Так как все цифры первого множителя различны, то это может быть только 1. Итак, искомое число — 127.

Задание направлено на обобщение знаний детей об умножении многозначного числа на однозначное, на повторение таблицы умножения. Задание способствует формированию у детей умения пользоваться имеющимися знаниями для выполнения рассуждений в общем виде, без привязки к конкретным числовым данным. Задание эффективно для развития логического мышления, развития речи, формирования умения аргументированно, чётко, доказательно излагать свои мысли.

Первые четыре задания самые лёгкие. Пятое и шестое задания требуют для ответа чуть больше времени. Седьмое задание можно считать заданием повышенной сложности. Правильный ответ на этот вопрос и его полноценная аргументация должна оцениваться отдельно. При обсуждении задания следует требовать не только ответа, но и его чёткого обоснования.

Задание может быть использовано при проведении различных математических викторин и конкурсов. В этом случае каждый вопрос следует предлагать обеим командам и засчитывать очко команде, давшей первой правильный и обоснованный ответ.

2 а) Для того чтобы левые и правые части были равны, x увеличили в 4 раза, а y — в 2 раза. Следовательно, y больше x в 2 раза. Трёхзначные числа, делящиеся на 100 — это числа, оканчивающиеся двумя нулями. Тогда возможны следующие значения:

$$x = 100, y = 200$$

$$x = 200, y = 400$$

$$x = 300, y = 600$$

$$x = 400, y = 800$$

При $x = 500$ $y = 1000$ — четырёхзначное число, что не удовлетворяет условию. Следовательно, уравнение имеет 4 пары решений. Выполняется проверка.

б) $x \cdot 4 = x + 24$. Воспользуемся определением умножения:

$$x + x + x + x = x + 24$$

$x + (x + x + x) = x + 24$ — первые слагаемые в левой и правой частях равенства одинаковые. Следовательно, и вторые слагаемые также одинаковые:

$$x + x + x = 24;$$

воспользуемся определением умножения:

$$x \cdot 3 = 24$$

$$x = 24 : 3$$

$$x = 8.$$

Уравнение имеет единственное решение: $x = 8$.

в) $(x + 155) \cdot 3 = y \cdot 3$ — вторые множители в левой и правой частях равенства одинаковые, следовательно, и первые множители одинаковые: $x + 155 = y$. Мы видим, что x меньше y на 155. Так как и x , и y — это трёхзначные числа, делящиеся на 155, то каждое из них можно представить как произведение 155 на некоторое однозначное число (второй множитель — однозначное число, так как в противном случае x и y не будут трёхзначными).

Пусть $x = 155 \cdot 1 = 155$. Тогда $y = 155 + 155 = 310 = 155 \cdot 2$, y делится на 155, следовательно, пара $x = 155$, $y = 310$ — удовлетворяет уравнению.

Пусть $x = 155 \cdot 2 = 310$. Тогда $y = 310 + 155 = 465$ — делится на 155. Пара $x = 310$, $y = 465$ — удовлетворяет уравнению.

Пусть $x = 155 \cdot 3 = 465$. Тогда $y = 465 + 155 = 620$ — делится на 155. Пара $x = 465$, $y = 620$ — удовлетворяет уравнению.

Пусть $x = 155 \cdot 4 = 620$. Тогда $y = 620 + 155 = 775$.

Пусть $x = 155 \cdot 5 = 775$. Тогда $y = 775 + 155 = 930$.

Пусть $x = 155 \cdot 6 = 930$. Тогда $y = 930 + 155 = 1085$ — четырёхзначное число — пара не удовлетворяет уравнению. Итак, уравнение имеет 5 пар решений:

$$x = 155, y = 310$$

$$x = 310, y = 465$$

$$x = 465, y = 620$$

$$x = 620, y = 775$$

$$x = 775, y = 930.$$

г) $x \cdot 10 = y + 149$. Так как x и y — трёхзначные числа, то $x \cdot 10$ — четырёхзначное число, оканчивающееся нулём. Соответственно, $y + 149$ — также четырёхзначное число, оканчивающееся нулём. Наименьшим четырёхзначным числом с 0 на конце является 1000. $y + 149 = 1000$, тогда $y = 1000 - 149 = 851$. $x \cdot 10 = 1000$, тогда $y = 1000 : 10 = 100$. Следующим возможным значением выражений в левой и правой частях уравнения является 1010.

$$y + 149 = 1010, \text{ тогда } y = 1010 - 149 = 861.$$

$$x \cdot 10 = 1010, \text{ тогда } x = 1010 : 10 = 101.$$

Рассуждая аналогично, получим:

$$y + 149 = 1020, \text{ тогда } y = 1020 - 149 = 871.$$

$$\begin{aligned}
 x \cdot 10 &= 1020, \text{ тогда } x = 1020 : 10 = 102 \\
 y + 149 &= 1030, \text{ тогда } y = 1030 - 149 = 881 \\
 x \cdot 10 &= 1030, \text{ тогда } x = 1030 : 10 = 103 \\
 y + 149 &= 1040, \text{ тогда } y = 1040 - 149 = 891 \\
 x \cdot 10 &= 1040, \text{ тогда } x = 1040 : 10 = 104 \\
 y + 149 &= 1050, \text{ тогда } y = 1050 - 149 = 901 \\
 x \cdot 10 &= 1050, \text{ тогда } x = 1050 : 10 = 105 \\
 y + 149 &= 1060, \text{ тогда } y = 1060 - 149 = 911 \\
 x \cdot 10 &= 1060, \text{ тогда } x = 1060 : 10 = 106
 \end{aligned}$$

Мы видим, что значения y каждый раз увеличивается на 10, а значения x — на 1. Воспользовавшись этой закономерностью, можем записать остальные пары решений:

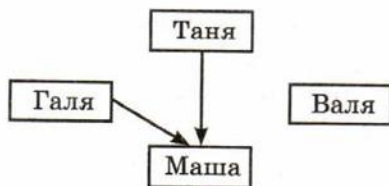
$$\begin{aligned}
 y &= 921, x = 107; \\
 y &= 931, x = 108; \\
 y &= 941, x = 109; \\
 y &= 951, x = 110; \\
 y &= 961, x = 111; \\
 y &= 971, x = 112; \\
 y &= 981, x = 113; \\
 y &= 991, x = 114.
 \end{aligned}$$

Итак, уравнение имеет 15 пар решений.

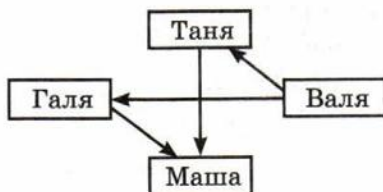
Задание направлено на повторение и обобщение знаний детей о взаимосвязи результатов и компонентов действий, повторение определения умножения, на формирование у учащихся навыка решения уравнений, пропедевтику решения уравнений с двумя неизвестными, пропедевтику понятия «область допустимых значений переменных в уравнении». Задание способствует развитию логического мышления, математической интуиции.

Деление на однозначное число

1 Для наглядного представления ситуации, описанной в задаче, её удобно смоделировать с помощью графа, изобразив стрелками отношение «быть старше»: Таня старше Маши, а Маша моложе Галя, то есть Галя старше Маши.



Таня моложе Вали, то есть Валя старше Тани, и Валя старше Гали:



Мы видим, что если Валя старше Тани и Гали, а Таня и Галя старше Маши, то Валя старше Маши, то есть Валя — самая старшая, а Маша — самая младшая. Следовательно, ровесницы — Таня и Галя.

Задачи такого типа традиционно относят к задачам на смекалку. Однако эта задача решается не только с помощью догадки, но и с помощью выполнения логических рассуждений, построения дедуктивных умозаключений. При этом дети используют сложившиеся у них представления о свойствах отношений, в том числе о транзитивности отношения «быть старше» (Валя старше Тани, а Таня старше Маши. Вывод: Валя старше Маши). Использование графа позволяет представить описываемую в задаче ситуацию наглядно, смоделировать её на бумаге.

Задание направлено на развитие логического мышления учащихся, на формирование у них умения создавать информационные модели (в данном случае графы), обрабатывать информацию посредством рассуждений.

- 2** а) Чтобы узнать, во сколько раз одно число больше другого, нужно большее число разделить на меньшее. Так как делимое больше делителя в 7 раз, то при делении делимого на делитель получается 7, то есть частное равно 7. Так как делитель больше частного в 453 раза, то делитель равен $453 \cdot 7 = 3171$. Чтобы найти делимое, нужно частное умножить на делитель. Делимое равно $3171 \cdot 7 = 22\,197$.

б) Так как произведение больше первого множителя в 8 раз, то оно получилось путём умножения этого множителя на 8, то есть второй множитель равен 8. Произведение на 3456 больше второго множителя, то есть оно равно $8 + 3456 = 3464$. Чтобы найти первый множитель, разделим произведение на второй множитель: $3464 : 8 = 433$.

Задание направлено на повторение связи между результатом и компонентами действий деления и умножения, на отработку навыка умножения и деления многозначных чисел на однозначное число. Выполнение задания способствует развитию логического мышления, формированию умения пользоваться математической теорией для решения практических задач.

- 3** а) Частное 1041 и ϵ — есть число трёхзначное. Действительно, ϵ не может быть равно 1, поскольку $1041 : 1 = 1041$, а среди ответов числа 1041 у нас

нет. $1041 : 2 = 520$ (ост. 1). Если увеличивать делитель, то частное уменьшается, то есть не может быть четырёхзначным. Таким образом, результат $1\bar{a}21$ — заведомо неверный. Рассмотрим как возможное частное $4\bar{a}4$.

$1041 : 2 = 520$ (ост. 1). $520 > 4\bar{a}4$, следовательно, делитель для частного $4\bar{a}4$ должен быть больше 2. $1041 : 3 = 347 < 4\bar{a}4$, следовательно, делитель для частного $4\bar{a}4$ должен быть меньше 3. Но натуральных чисел, больших 2, но меньших 3 нет. Следовательно, частное $1041 : \bar{a}$ не может равняться $4\bar{a}4$. Следовательно, $1041 : \bar{a} = \bar{a}47$. Первая цифра частного равна цифре делителя. Мы установили, что $1041 : 3 = 347$. У числа 347 первая цифра 3, такая же, как цифра делителя (3). Вторая и третья цифры — 47 — соответствуют ответу $\bar{a}47$.

Выясним, могут ли быть другие ответы. Рассмотрим частное $1041 : 4 = 260$ (ост. 1). Первая цифра частного не такая же, как цифра делителя. При увеличении делителя частное будет уменьшаться. Следовательно, в дальнейшем первая цифра частного может быть либо 2, либо 1, то есть она не будет равна цифре делителя. Итак, $1041 : 3 = 347$ — единственно возможный результат.

б) При делении 2915 на наибольшее однозначное число 9 получится 323 (ост. 8). 323 — число трёхзначное. При уменьшении делителя частное будет увеличиваться, то есть оно не может быть двузначным числом. Таким образом, ответ $3\bar{c}$ — заведомо неправильный. Исследуем, может ли быть результатом частного число $8\bar{c}3$. Так как число $8\bar{c}3$ значительно больше 323 , то делитель в этом случае значительно меньше 9. Попробуем в качестве делителя 3. $2915 : 3 = 971$ (ост. 2). $971 > 8\bar{c}3$, следовательно, $\bar{c} > 3$. Пробуем 4. $2915 : 4 = 728$ (ост. 3). $728 < 8\bar{c}3$. Следовательно, $\bar{c} < 4$. Однако натуральных чисел, больших 3, но меньших 4, нет. Поэтому частное $2915 : \bar{c}$ не может равняться $8\bar{c}3$. Остаётся единственно возможный случай — $\bar{c}83$. В этом случае первая цифра частного такая же, как цифра делителя. Мы уже выяснили, что $\bar{c} \neq 3$ и $\bar{c} \neq 4$. Попробуем $\bar{c} = 5$. $2915 : 5 = 583$ — результат соответствует условию.

Аналогично примеру а) устанавливаем, что других случаев быть не может. Итак, $\bar{c} = 5$, $2915 : 5 = 583$.

в) При делении на наименьшее после единицы однозначное число 2 частное $3304 : 2 = 1652 < 28\bar{x}1$. Следовательно, результат деления $3304 : \bar{x}$ не может равняться $28\bar{x}1$. Рассмотрим деление на наибольшее однозначное число 9. $3304 : 9 = 367$ (ост. 1), $367 > 1\bar{x}3$. Следовательно, число $1\bar{x}3$ может быть частным чисел 3304 и $\bar{x}$ только если делитель $\bar{x} > 9$. Но однозначных чисел, больших 9, нет. Следовательно, $1\bar{x}3$ не может быть ответом.

Итак, единственно верный вариант — это $4\bar{x}2$. $4\bar{x}2$ — это больше 400 и меньше 500. Сделаем прикидку результата. $3300 : 400 = 33 \text{ сотни} : 4 \text{ сотни} = 8$ (ост. 1).

$3300 : 500 = 33 \text{ сотни} : 5 \text{ сотен} = 6$ (ост. 3). Следовательно, результат $4\bar{x}2$ скорее всего получится при делении 3304 на числа от 6 до 8. Пробуем

поочерёдно 6, 7, 8. $3304 : 6 = 550$ (ост. 4) — деление с остатком нас не устраивает. $3304 : 7 = 472$ — вторая цифра частного такая же, как и цифра делителя, что соответствует условию. $3304 : 8 = 413$ — разделилось без остатка, однако вторая цифра частного не такая же, как цифра делителя. Итак, единственно возможный ответ — это $x = 7$, $3304 : 7 = 472$.

Задание направлено на формирование у школьников навыка деления многозначного числа на однозначное, на обобщение и закрепление знаний о взаимосвязи результата и компонентов действия деления, на формирование умения выполнять предварительную прикидку результата и оценивать диапазон возможных значений результата.

Выполняя задание, дети учатся выдвигать и проверять гипотезы, выстраивать цепочку логических рассуждений, обобщать полученную в результате рассуждений информацию, делать выводы, доказывать единственность полученных результатов.

Повторение и закрепление

❁ $8273 - 3457 = 4816$. Следовательно, $A + B = 4816$. Так как $A > B$ в 3 раза, то $A = B \cdot 3$. Тогда $B \cdot 3 + B = 4816$ или $(B + B + B) + B = 4816$. Сумма четырёх слагаемых B — это $B \cdot 4$. $B \cdot 4 = 4816$, $B = 4816 : 4 = 1204$. Следовательно, $A = 1204 \cdot 3 = 3612$. Так как $C < A$ в 4 раза, то $C = 3612 : 4 = 903$. Число, стоящее во второй строке второго столбца таблицы, равно $8273 - (903 + 3457) = 3913$. Это число в 13 раз больше, чем D . Значит, $D = 3913 : 13 = 301$. Получаем: $A = 3612$; $B = 1204$; $C = 903$; $D = 301$.

Число, стоящее справа от D — 3913.

3612	3457	1204
301	3913	
	903	

Найдём последнее число второй строки.

Оно равно $8273 - (301 + 3913) = 4059$. Тогда число, стоящее в последнем столбце третьей строки, равно $8273 - (1204 + 4059) = 3010$. Число из первого столбца третьей строки равно $8273 - (3612 + 301) = 4360$.

Это число можно найти по-другому: $8273 - (3010 + 903) = 4360$.

3612	3457	1204
301	3913	4059
4360	903	3010

После того как таблица заполнена, следует выполнить проверку, вычислив значения сумм по строкам и столбцам таблицы.

Задание направлено на совершенствование вычислительных навыков, на отработку умения выполнять арифметические действия с многозначными числами. Выполняя задание, ученики повторяют определение умножения: переход от произведения к сумме одинаковых слагаемых и замену суммы одинаковых слагаемых произведением.

Задание содержит пропедевтику решения задач с помощью составления уравнения.

2 Петя выиграет независимо от того, какое число напишет Вася, если будет записывать только чётные числа. Действительно, если один из множителей делится на 2, то его можно представить в виде произведения какого-то числа и 2. Тогда произведение чисел, записанных мальчиками, будет представлено в виде произведения трёх множителей, один из которых равен 2. Следовательно, оно будет делиться на 2.

Вася может выиграть только в том случае, если будет записывать нечётные числа. Но его выигрыш в любом случае зависит от того, какое число запишет Петя. Если Петя также запишет нечётное число, то Вася выиграет, в противном случае он проиграет.

Задание направлено на повторение и обобщение знаний о делимости чисел, понятий чётного и нечётного числа. Дети на уровне представления должны усвоить признак делимости произведения: если один из множителей делится на некоторое натуральное число, то и всё произведение делится на это число.

Работая с этим заданием, учащиеся знакомятся с таким понятием, как «выигрышная стратегия», учатся анализировать ситуацию и вырабатывать план действий в соответствии с ожидаемым результатом. Задание способствует развитию логического мышления, активизации познавательной деятельности, воспитанию интереса к математике.

Умножение и деление на однозначное число

1 Задание позволяет повторить алгоритм деления многозначного числа на однозначное, алгоритм нахождения части от числа, способ нахождения результата деления многозначных чисел с помощью определения деления как действия, обратного умножению.

Для нахождения количества английских слов нужно $1656 : 4$, так как число английских слов составляет четвертую часть всех слов, известных попугаю. $1656 : 4 = 414$ — английских слов знал попугай. Тогда слов из других языков он знал $1656 - 414 = 1242$. Немецких слов он знал в 207 раз меньше, чем английских, то есть $414 : 207$. Это деление можно выполнить способом подбора, пользуясь определением деления и предварительной прикидкой результата.

414 : 207 — это такое число, при умножении которого на 207 получится 414. 414 чуть больше 400, 207 чуть больше 200. $400 : 200 = 2$. Пробуем 2 в качестве частного 414 и 207. $207 \cdot 2 = 414$. Значит, $414 : 207 = 2$. Итак, 2 слова попугай знал из немецкого языка. Тогда $1242 - 2 = 1240$ — столько слов знал попугай из испанского, португальского и французского языков. Испанских слов он знал больше португальских, а португальских — больше, чем французских. Следовательно, французских слов он знал меньше всего. Пусть на французские слова приходится одна часть всех оставшихся слов. Тогда на португальские слова приходится 3 такие части (так как португальских слов он знал в 3 раза больше)

Так как испанских слов попугай знал в 2 раза больше, чем португальских, то на них приходится $3 \cdot 2 = 6$ частей. Всего $1 + 3 + 6 = 10$. Тогда 1 часть составляет $1240 : 10 = 124$. 124 французских слова знал попугай. Соответственно, португальских 372 слова и испанских 744 слова.

Виды треугольников

1 Для того чтобы точно посчитать количество требуемых треугольников, ничего не пропустив и не назвав никакой треугольник дважды, необходимо выработать план ответа. Он может быть, например, такой: первой называем вершину A , а потом, двигаясь по часовой стрелке, называем следующую вершину и присоединяем к ней по очереди каждую из оставшихся точек. Если точки не лежат на одной прямой, то они являются вершинами треугольника.

Если двигаться по часовой стрелке, то следующей после вершины A будет точка M . Будем присоединять к точкам A и M остальные точки. Точки A , M , B лежат на одной прямой, это значит, что они не образуют треугольник. Треугольники, две вершины которых лежат в точках A и M , следующие: AMC — тупоугольный треугольник, AMK — прямоугольный треугольник, AMD — прямоугольный треугольник.

Следующая точка — это точка B . Треугольники с вершинами в точках A и B следующие: ABC — прямоугольный треугольник, ABK — прямоугольный треугольник, ABD — прямоугольный треугольник.

Следующая точка C . Она уже образовывала треугольники с точками B и M . Оставшиеся треугольники с вершинами в точках A и C следующие: ACK — тупоугольный треугольник, ACD — прямоугольный треугольник.

С точкой K остался не указанным треугольник AKD — прямоугольный.

Выполнение задания способствует развитию геометрических представлений школьников, выработке умения читать геометрический чертёж, определять виды треугольников. Задача является комбинаторной. Это задание на выбор двух

элементов из пяти элементного множества. Такие задания способствуют развитию логического мышления, формированию умения рационально планировать свою деятельность, составлять алгоритм решения. Задание способствует воспитанию аккуратности, тщательности при выполнении работы.

Умножение и деление на числа, оканчивающиеся нулями

1 а) «Произведение тринадцати сотен и суммы...». Дети определяют, что 13 сотен — это 1300 и делают запись: $1300 \cdot (\text{_____} + \text{_____})$. После этого определяется, какие же слагаемые будут в сумме. Первому слагаемому не хватает до 50 сотен, то есть до 5000, двух десятков, то есть 20. Значит, первое слагаемое равно 4980. Запись дополняется: $1300 \cdot (4980 + \text{_____})$, второе слагаемое на 35 десятков, то есть на 350, меньше наибольшего четырёхзначного числа, то есть 9999. Значит, второе слагаемое равно $9999 - 350 = 9649$. Итак, получаем выражение: $1300 \cdot (4980 + 9649)$. Его значение равно 19 017 700.

б) «Делимое равно сумме...»

($\text{_____} + \text{_____}$): _____

«...двух тысяч сотен», значит, первое слагаемое суммы равно 200 000.
($200\,000 + \text{_____}$): _____ .

«...и половины наименьшего шестизначного числа...». Наименьшее шестизначное число — это 100 000. Половина от этого числа равна 50 000. Тогда ($200\,000 + 50\,000$): _____ .

«...делитель равен разности...». Достаиваем «скелет» выражения:
($200\,000 + 50\,000$): ($\text{_____} - \text{_____}$).

«...семисот пятидесяти сотен...», то есть 75 000.

«...и двух тысяч пятисот десятков», то есть 25 000. Заполняем пропуски:
($200\,000 + 50\,000$): ($75\,000 - 25\,000$). Значение этого выражения равно 5.

в) «Сумма произведения...». Составляем «скелет»: $\text{_____} \cdot \text{_____} + \text{_____}$.

«...первый множитель в 13 раз больше второго, а второй на 30 больше тридцати пяти десятков...». 35 десятков — это 350. Тогда второй множитель равен $350 + 30 = 380$. Первый в 13 раз больше второго, то есть он равен $380 \cdot 13 = 4940$. Получаем $4940 \cdot 380 + \text{_____}$.

«...и частного...». Достаиваем «скелет»: $4940 \cdot 380 + \text{_____} : \text{_____}$.

«...двухсот сотен...», то есть 20 000 и «пяти тысяч», то есть 5000. Заполняем пропуски: $4940 \cdot 380 + 20\,000 : 5000$.

Значение этого выражения равно 1 877 204.

г) «Разность числа ... и произведения...» ____ - ____ · ____.

Разность числа на 62 десятка, то есть на 620, большего, чем 193 сотни, то есть 19 300. Это число равно $19\,300 + 620 = 19\,920$. Тогда $19\,920 - ____ \cdot ____$.

«...и произведения наибольшего двузначного числа, (то есть 99) на 20 десятков (то есть на 200)». Заполняем пропуски: $19\,920 - 99 \cdot 200$. Значение этого выражения равно 120.

Задание направлено на отработку и совершенствование навыков выполнения арифметических действий с многозначными числами, в том числе с числами, оканчивающимися нулями, обобщение знаний компонентов арифметических действий, знаний о нумерации многозначных чисел.

Задание способствует формированию информационных умений и навыков: умение работать с текстом, преобразовывать текстовую информацию в числовую.

2 а) Так как остаток не может быть больше делителя, то первое утверждение заведомо ложно. Следовательно, второе и третье утверждения истинны. Тогда искомое число больше 18 901, но меньше 18 910. То есть это могут быть числа 18 902, 18 903, 18 904, 18 905, 18 906, 18 907, 18 908, 18 909.

Остаток от деления этого числа на 60 не больше 3. Значит, это могут быть остатки 1, 2, 3 или 0 (в этом случае число делится на 60 без остатка). Методом непосредственного деления устанавливаем:

$$18\,902 : 60 = 315 \text{ (ост. 2)}$$

$$18\,903 : 60 = 315 \text{ (ост. 3)}$$

$$18\,904 : 60 = 315 \text{ (ост. 4)}$$

Выполняя деление, дети должны заметить, что на 60 делится число 18 900, а остаток от деления каждого из перечисленных чисел равен последней цифре этого числа. Увидев эту закономерность, учащиеся могут записать соответствующие равенства, не выполняя непосредственного деления в столбик. Однако рассуждения по аналогии могут привести к ошибочному выводу. Поэтому установленную закономерность необходимо обосновать. Это легко сделать, приведя следующие доводы. Число 18 900 делится на 60 без остатка ($18\,900 : 60 = 315$). Числа, отличающиеся от 18 900 только последней цифрой, могут быть представлены как сумма 18 900 и однозначного числа, записанного последней цифрой данного числа ($18\,902 = 18\,900 + 2$, $18\,903 = 18\,900 + 3$, ...).

Тогда $18\,902 = 315 \cdot 60 + 2$, $18\,903 = 315 \cdot 60 + 3$. Во всех этих равенствах 60 — делитель, 315 — неполное частное, а второе слагаемое — остаток. Таким образом, для всех перечисленных чисел остаток от деления на 60 равен последней цифре этого числа.

Итак, мы видим, что второму и третьему утверждениям удовлетворяют два числа: 18 902 и 18 903.

Таким образом, приведённых сведений недостаточно, чтобы однозначно определить, о каком числе идёт речь, но можно указать два возможных варианта искомого числа.

б) Согласно первому утверждению искомым числом может быть одно из чисел: 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819.

Согласно второму утверждению это число делится на 40 с остатком, при этом получается неполное частное 315. Следовательно, искомое число равно сумме произведения $40 \cdot 315$ и остатка. $40 \cdot 315 = 12\,600$. Искомое число больше 12 600. Следовательно, первое и второе утверждения одновременно истинными быть не могут. Не могут они быть и одновременно ложными, так как согласно условию ложным может быть только одно из утверждений. Значит, одно из этих утверждений истинно, а одно — ложно.

Тогда третье утверждение точно истинно. При делении искомого числа на 10 получается остаток 2. Следовательно, искомое число равно сумме произведения неполного частного на 10 и 2. При умножении числа на 10 получается число, последняя цифра которого 0. Если к такому числу прибавить 2, то получится число, последняя цифра которого 2. Среди чисел, удовлетворяющих первому утверждению, таких чисел нет. Значит, первое утверждение ложно.

Итак, искомое число больше, чем $315 \cdot 40 = 12\,600$, и оканчивается на 2. При делении на 40 возможны остатки 1, 2, 3, ..., 39. Чтобы найти искомое число, нужно к 12 600 прибавить остаток от деления на 40. Чтобы при этом получилось число, оканчивающееся на 2, прибавить нужно 2, 12, 22 или 32. Тогда любое из чисел 12 602, 12 612, 12 622, 12 632 может быть искомым. Предложенных сведений недостаточно, чтобы однозначно определить искомое число, но они позволяют указать четыре возможных варианта искомого числа.

в) Согласно третьему утверждению искомое число — это одно из чисел 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869. Из них на 5 делится только 865. 865 при делении на 3 даёт остаток 1. Следовательно, для указанных чисел первое и второе утверждения не могут быть одновременно истинными. Либо они оба истинны, но тогда ложно третье утверждение. Если ложно третье утверждение, то вариантов, удовлетворяющих первому и второму утверждениям, может быть сколько угодно много (5; 20; 35; ...). Если третье утверждение истинно, то тогда либо истинно первое утверждение и искомое число 865, либо истинно второе утверждение и тогда искомое число — одно из чисел: 863, 866, 869.

Итак, приведённые сведения не позволяют указать не только однозначный ответ, но и определить некоторое конечное число возможных вариантов ответа.

г) Согласно третьему утверждению, искомое число оканчивается на 0. Значит, оно делится на 10. Это соответствует второму утверждению. Значит, оба эти утверждения истинны, следовательно, первое утверждение ложно.

Согласно третьему утверждению, искомое число может быть одним из чисел 1120, 1130 или 1140. 1120 делится на 20 без остатка. При делении 1130 на 20 получается остаток 10. 1140 делится на 20 без остатка. Итак, имеющиеся данные позволяют указать два возможных варианта ответа: 1120 и 1140.

Задание позволяет обобщить знания детей о нумерации многозначных чисел и об арифметических действиях с ними, совершенствовать навыки выполнения арифметических действий с многозначными числами, в том числе деление с остатком.

Задание эффективно для развития логического мышления школьников, направлено на формирование навыка выполнения дедуктивных рассуждений. Выполняя задание, дети работают с такими общелогическими понятиями, как «истина» и «ложь», учатся сопоставлять информацию в различных утверждениях и определять её истинность; выдвигать гипотезы и проверять их соответствие имеющейся информации, подмечать аналогию при выполнении действий, обосновывать её и использовать для получения последующих результатов. Задание способствует развитию грамотной математической речи, умению доказательно и аргументированно обосновывать свои выводы.

3 а) $x \cdot 100 = y + 395$. Левая часть уравнения $x \cdot 100$ — делится на 100. Значит, и правая часть уравнения $y + 395$ должна делиться на 100. Чтобы число делилось на 100, оно должно оканчиваться двумя нулями. Так как y — трёхзначное число, то оно больше или равно 100. По условию y — меньше 200. Значит, сумма $y + 395$ — больше или равна 495, но меньше 595. Между 495 и 595 двумя нулями оканчивается только 500. Поэтому $y + 395 = 500$. Значит, $y = 500 - 395 = 105$. $x \cdot 100 = 500$, тогда $x = 500 : 100 = 5$. Итак, $x = 5$, $y = 105$.

б) $y : 10 = x \cdot 10$. Так как x — трёхзначное число, то $x \cdot 10$ — четырёхзначное число, оканчивающееся нулём. y — неизвестное делимое. Чтобы найти неизвестное делимое, нужно частное умножить на делитель. Тогда $y = x \cdot 10 \cdot 10$ — это пятизначное число, оканчивающееся двумя нулями. Так как запись числа не начинается с нуля и каждая значащая цифра числа y на 1 больше предыдущей, то других нулей в записи числа y нет. Следовательно, первые три цифры числа y — значащие, каждая последняя на 1 больше предыдущей, и они образуют число, которое делится на 5. Возможные комбинации цифр: 123, 234, 345, 456, 567, 678, 789. Из них только 345 делится на 5. Значит, $y = 34\,500$.

$$34\,500 : 10 = x \cdot 10$$

$$3450 = x \cdot 10$$

$$x = 3450 : 10$$

$$x = 345$$

$$\text{Итак, } x = 345, y = 34\,500.$$

$$в) x + 372 = y \cdot 10$$

Так как y — трёхзначное число, то $y \cdot 10$ — четырёхзначное число, оканчивающееся нулём. Тогда $x + 372$ — тоже четырёхзначное число, оканчивающееся нулём. Так как x принимает наименьшее из всех возможных значений, то и значение суммы $x + 372$ будет наименьшим. Наименьшее четырёхзначное число, оканчивающееся нулём — это 1000.

Тогда

$$x + 372 = 1000$$

$$x = 1000 - 372$$

$$x = 628.$$

$$y \cdot 10 = 1000$$

$$y = 1000 : 10$$

$$y = 100$$

$$г) x \cdot 300 = y + y + y.$$

Заменим сумму трёх однозначных слагаемых y произведением:

$$y + y + y = y \cdot 3.$$

$$x \cdot 300 = x \cdot 3 \cdot 100$$

$$\text{Тогда } x \cdot 100 \cdot 3 = y \cdot 3$$

$$(x \cdot 100) \cdot 3 = y \cdot 3$$

Произведения равны, их множители равны, значит, первые множители тоже равны. $x \cdot 100 = y$. x — однозначное чётное число, делится на 3. Единственное такое число — это 6. Значит, $y = 6$. Тогда $y = x \cdot 100$; $y = 6 \cdot 100 = 600$.

Задание направлено на обобщение знаний детей об уравнениях, зависимости между компонентами и результатом действий, нумерации многозначных чисел. Задание позволяет повторить определение умножения, правила умножения и деления на 10, 100, ..., сочетательный и переместительный законы умножения.

Задание содержит пропедевтику понятия «область допустимых значений переменной», пропедевтику решения уравнения с двумя переменными. Задание способствует развитию логического мышления, формированию такой мыслительной операции, как анализ, умению устанавливать взаимосвязи между данными и искомым.

4 Работу над заданием можно организовать в виде исследования учащихся.

Текст предлагается каждому школьнику. Учитель просит детей изучить текст и составить по нему отчёт о пирамиде Хеопса. Отчёты обсуждаются коллективно. Дети дополняют и уточняют отчёты друг друга. В результате составляется общий полный отчёт, который может быть представлен в стенгазете. Полный отчёт о пирамиде должен содержать следующие данные:

- 1) высота пирамиды;
- 2) площадь основания пирамиды;

3) площадь, занимаемая одним блоком, использовавшимся для строительства пирамиды;

4) количество блоков, положенных в основание пирамиды (в данном случае дети будут иметь дело с делением с остатком. Учитель должен объяснить, что неполное частное (4560) достаточно точно характеризует количество блоков, потребовавшихся для возведения основания пирамиды);

5) общая масса блоков, положенных в основание пирамиды;

6) примерная высота блока (рассчитывается следующим образом: общая высота пирамиды 147 м. Всего 128 слоёв каменных плит. Высота слоя и, соответственно, высота блока вычисляется путём деления 147 на 128. $147 : 128 = 1$ (ост. 19). То есть высота блока чуть больше 1 м. Для более точных вычислений переведём метры в сантиметры. $147 \text{ м} = 14\,700 \text{ см}$. $14\,700 : 128 = 114$ см (ост. 108). Высота блока примерно равна $114 \text{ см} = 1 \text{ м } 14 \text{ см}$;

7) площадь основания пирамидиона. Во сколько раз основание пирамиды больше основания пирамидиона?

8) высота пирамидиона.

Задание направлено на формирование информационных умений и навыков: умение работать с текстом, анализировать числовую информацию, имеющуюся в тексте, и извлекать из неё новые данные, составлять информационный продукт (отчёт).

Задание способствует формированию такого важного компонента познавательной деятельности, как целеполагание. В задании нет готовых вопросов, на которые дети должны ответить. Вопросы ученики должны сформулировать для себя сами.

Выполняя задание, дети отрабатывают навыки выполнения арифметических действий с многозначными числами, в том числе с числами, оканчивающимися нулями, навыки работы с единицами длины и площади.

Задание способствует воспитанию любознательности, формированию познавательного интереса, расширению кругозора.

5 При работе над заданием необходимо последовательно анализировать каждый пункт и с помощью рассуждений делать выводы из предлагаемой информации.

1) Число x — трёхзначное. Если его умножить на тысячу, то к нему припишется справа три нуля. Получится шестизначное число. Значит, y — шестизначное число.

2) Самая старшая цифра шестизначного числа y — это цифра сотен тысяч. Если трёхзначное число x умножить на 100, то справа к нему припишется два нуля, а каждая цифра числа сместится на два разряда влево, то есть в разряде сотен окажется цифра единиц числа x . Следовательно, цифра сотен тысяч числа y равна цифре единиц числа x .

3) Старшая цифра класса единиц числа y — это цифра сотен. Старшая цифра класса тысяч числа y — это цифра сотен тысяч. Их сумма равна сумме цифр единиц и сотен числа x . Так как цифра единиц числа x равна цифре сотен тысяч числа y , то цифра сотен числа x равна цифре сотен числа y . Суммы этих цифр равны наименьшему двузначному числу, то есть 10. Следовательно, это могут быть цифры 1 и 9, 2 и 8, 3 и 7, 4 и 6, 5 и 5.

4) Разность одной из перечисленных пар — это цифра десятков числа x , которая на 1 больше цифр сотен этого числа. $9 - 1 = 8$ (8 не больше на 1 ни 9, ни 1); $8 - 2 = 6$ (6 не больше на 1 ни 8, ни 2); $7 - 3 = 4$ ($4 > 3$ на 1); $6 - 4 = 2$ (2 не больше на 1 ни 6, ни 4); $5 - 5 = 0$ (0 не больше на 1, чем 5).

Итак, единственная пара, удовлетворяющая этому условию — это 3 и 7. Так как $7 - 3 = 4$, то 4 — цифра десятков числа x . Так как она на 1 больше цифры сотен этого числа, то 3 — цифра сотен числа x . Тогда 7 — цифра единиц этого числа. Следовательно, $x = 347$.

Ранее мы выяснили, что цифра сотен тысяч числа y такая же, как и цифра единиц числа x , то есть 7. Цифра сотен числа y такая же, как и цифра сотен числа x , то есть 3. Тогда $y = 7**3**$.

5) Третья слева цифра числа y — это цифра тысяч. Она равна цифре десятков числа x , то есть 4. Тогда $y = 7*43**$. Эта цифра является второй справа значащей цифрой. Следовательно, 3 — первая справа значащая цифра. Следовательно, после 3 идут нули: $y = 7*4\ 300$.

6) Цифра десятков тысяч числа y в 3 раза больше цифры сотен этого числа, то есть равна 9. Итак, $y = 794\ 300$.

Задание направлено на обобщение знаний о нумерации многозначных чисел, правил умножения и деления на 10, 100, 1000, ..., понимание поразрядового принципа этих действий. Задание способствует формированию умения работать с информацией, анализировать имеющиеся сведения, сопоставлять и обобщать их, делать выводы. Подобные задания полезны для формирования информационной культуры учащихся, информационных умений и навыков, являющихся важнейшими общеучебными умениями.

6 а) 1) При делении искомого числа на 90 получается неполное частное 49. Следовательно, искомое число равно сумме произведения 90 и 49 и остатка. $90 \cdot 49 = 4410$. Следовательно, искомое число больше 4410. Остаток при делении всегда меньше делителя. Значит, наибольший остаток, возможный при делении на 90, это 89. $4410 + 89 = 4499$. Следовательно, искомое число меньше 4499.

2) Частное искомого числа и 5 записано тремя одинаковыми цифрами. Следовательно, это частное равно 111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888 или 999. Умножая каждое из перечисленных чисел на 5, получаем, что больше 4410 и меньше 4499 только произведение $888 \cdot 5 = 4440$. Следовательно, искомое число — 4440. Проверяем: $4440 : 90 = 49$ (ост. 30).

б) 1) Остаток от деления этого числа на одно из однозначных чисел равен 7. Так как остаток меньше делителя, а делитель — однозначное число, то делитель равен или 8, или 9. Неполное частное при этом равно 349. Значит, искомое число равно $349 \cdot 8 + 7 = 2799$ или $349 \cdot 9 + 7 = 3148$.

2) В записи этого числа есть повторяющиеся цифры. Повторяющиеся цифры есть в числе 2799. Следовательно, искомое число — 2799.

в) Во втором утверждении говорится, что число на 200 меньше, чем пятизначное число с тремя нулями на конце. Если от пятизначного числа с тремя нулями на конце отнять 200, то получится четырёхзначное или пятизначное число, последние три цифры которого образуют число 800. Следовательно, искомое число оканчивается на 800. Так как по третьему утверждению первые две цифры в записи этого числа одинаковые, то единственно возможный вариант в случае четырёхзначного числа — это 8800. Но число 8800 на 200 меньше 9000, а 9000 не является пятизначным числом. Итак, искомое число пятизначное, первые две цифры у него одинаковые, а последние три образуют число 800. Этим условиям удовлетворяют числа: 11 800, 22 800, 33 800, 44 800, 55 800, 66 800, 77 800, 88 800, 99 800. Путём непосредственного деления убеждаемся, что 11 800 не делится на 30, 33 800 не делится на 30, 44 800 не делится на 30, 55 800 не делится на 80, 66 800 не делится на 30, 77 800 не делится на 30, 99 800 не делится на 30. Указанным условиям удовлетворяют два числа: 22 800 и 88 800. Следовательно, указанные условия не позволяют однозначно ответить на вопрос задачи. Задача имеет два решения: 22 800 и 88 800.

г) 1) Остаток при делении этого числа на 20 является круглым числом. Так как круглое число, меньшее 20, это только 10, то остаток при делении числа на 20 равен 10. Искомое число равно сумме произведения неполного частного на 20 и 10. Умножить число на 20 — это всё равно, что умножить его на 2 и на 10. При умножении числа на 10 получается число с нулём на конце. Если к такому числу прибавить 10, то тоже получится число с нулём на конце. Итак, последняя цифра искомого числа — 0.

2) Произведение 139 и 5 равно 695. Это искомое число, от которого отброшена последняя цифра. Так как последняя цифра 0, то искомое число — 6950.

Задание направлено на обобщение знаний о нумерации многозначных чисел, на повторение правил умножения и деления на числа, оканчивающиеся нулями, на обобщение знаний о делении с остатком, на формирование и отработку навыков выполнения арифметических действий с многозначными числами.

Задание направлено на формирование информационных умений и навыков учащихся. Выполняя задание, дети учатся анализировать имеющуюся информацию, строить на её основе умозаключения, выдвигать гипотезы и проверять их соответствие предлагаемой информации, делать выводы и аргументированно их обосновывать.

Умножение и деление на двузначные и трёхзначные числа

В данном разделе встречаются задачи экологического содержания. Проблемы экологии являются глобальными проблемами современности. Поэтому экологическое образование и воспитание — одно из приоритетных направлений учебно-воспитательного процесса в современной школе.

Предлагаемые задания позволят формировать у детей экологические знания — основу экологического воспитания, формировать понимание взаимосвязей, существующих в природе, воспитывать у младших школьников интерес к природе и её закономерностям, учить их бережному обращению с природой, воспитывать чувство ответственности за своё поведение в природе, а также формировать понимание того, что нарушение равновесия в природе пагубно сказывается на жизни самого человека и может привести к непоправимым последствиям.

1 1) $600 \text{ г} \cdot 150\,000 = 90\,000\,000 \text{ г} = 90\,000 \text{ кг} = 90 \text{ т}$ кислорода поглощают за 1 сут. жители города;

2) $750 \text{ г} \cdot 150\,000 = 112\,500\,000 \text{ г} = 112\,500 \text{ кг} = 112 \text{ т } 500 \text{ кг}$ углекислого газа выдыхают за 1 сут. жители города;

3) $150\,000 : 20 = 7500$ — машин имеется в городе;

4) $550 \cdot 7500 = 4\,125\,000 \text{ г} = 4125 \text{ кг} = 4 \text{ т } 125 \text{ кг}$ выбрасывают машины углекислого газа;

5) $112 \text{ т } 500 \text{ кг} + 4 \text{ т } 125 \text{ кг} = 116 \text{ т } 625 \text{ кг}$ — всего углекислого газа поступает в атмосферу за 1 сут.;

6) $116\,625 : 240 = 485$ (ост. 225) — более 485 га леса необходимо для поглощения выделяемого городом углекислого газа;

7) $90 \text{ т} = 90\,000 \text{ кг}$; $90\,000 : 200 = 450$ га леса необходимо для обеспечения жителей кислородом.

Для обеспечения жителей кислородом необходимо, чтобы леса вокруг города занимали не менее 450 га. Однако такая площадь лесов недостаточна для поглощения выделяемого жителями и автомобилями углекислого газа. Для этого необходимо, чтобы площадь леса вокруг города составляла более 485 га.

Можно обратить внимание детей на то, что автомобили выделяют в атмосферу не только углекислый газ, но и много других вредных веществ. Кроме того, вредные выбросы в атмосферу производят работающие в городе предприятия, при их работе также сжигается кислород. Поэтому лесам, произрастающим вокруг города, трудно справляться со всеми этими вредными выбросами и обеспечивать необходимое количество кислорода. Следовательно, задача человека не только охранять и беречь леса, но и озеленять города. Чем больше в го-

роде деревьев, тем комфортнее его жителям, тем меньше они подвержены риску различных заболеваний, возникающих из-за загрязнения атмосферы.

Задание направлено на отработку навыков выполнения действий с многозначными числами, в том числе деления с остатком, на повторение соотношений между различными единицами массы, на формирование умения решать текстовые задачи с большим количеством данных.

2 Так как $1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2$, а 1 сотка — это 100 м^2 , то $1 \text{ га} = 100$ соток. Следовательно, на 100 соток может быть израсходовано 12 т навоза в год. Соответственно, на 50 сотках — 6 т навоза в год.

$15\,000 \text{ м}^2 = 150$ соток = 100 соток + 50 соток. На $15\,000 \text{ м}^2$ может быть израсходовано $12 + 6 = 18$ т навоза в год. Тогда на площади 50 соток можно содержать трёх телят, или 3 свиней, или 2 телят и 1 свинью, или 4 овец и т.д.

Правильных вариантов ответа существует достаточно много. Аналогично рассчитывается и для других площадей. Каждый вариант должен быть обоснован с помощью математических вычислений.

Задание направлено на повторение единиц измерения площади и массы, на отработку навыка перевода одних единиц измерения в другие. Задание способствует формированию у младших школьников такого важного умения, как умение работать с информацией, представленной в табличной форме.

3 Прежде чем приступать к решению задачи, необходимо выяснить, как дети понимают смысл терминов «полнота информации» и «актуальность информации». В результате совместного обсуждения учащиеся должны сделать вывод, что информацию можно считать полной, если сведения, содержащиеся в ней, позволяют решить поставленную задачу. Информация является актуальной, если сведениями, содержащимися в ней, можно воспользоваться для решения поставленной задачи.

Первый перелёт из Нью-Йорка в Париж длился 33 ч. Самолёт преодолел расстояние 5742 км. Скорость самолёта при этом равна $5742 : 33 = 174 \text{ км/ч}$.

Для того чтобы ответить на второй вопрос задачи, воспользуемся предлагаемой информацией. Нам нужно узнать скорость первого поднявшегося в воздух аэроплана. Из первого сообщения мы узнаём, что первый аэроплан был сконструирован в Америке в 1903 г. братьями Райт и работал он на керосине. Эти сведения, безусловно, интересны, но не актуальны для решения поставленной задачи, так как не позволяют определить скорость аэроплана. Кроме того, в сообщении говорится, что аэроплан пролетел 32 м. Для того, чтобы узнать скорость, нужно знать расстояние и время, за которое это расстояние было преодолено. Поэтому данные сведения являются актуальными, но их недостаточно для решения поставленной задачи, поэтому информация в данном сообщении не является полной.

Из второго сообщения мы узнаём дополнительные сведения о том, что аэроплан братьев Райт продержался в воздухе 60 с. Теперь мы имеем полную информацию, позволяющую ответить на второй вопрос задачи. $60 \text{ с} = 1 \text{ мин}$. Следовательно, скорость аэроплана братьев Райт $32 : 1 = 32 \text{ м/мин}$.

Для того чтобы сравнить эту скорость со скоростью самолёта, совершившего первый межконтинентальный перелёт, представим скорости в одинаковых единицах измерения. Если первый аэроплан пролетел за 1 мин 32 м, то за 1 ч он пролетит $32 \cdot 60 = 1920 \text{ м} = 1 \text{ км } 920 \text{ м}$. Итак, скорость аэроплана братьев Райт 920 м/ч или примерно 2 км/ч. Это в $174 : 2 = 87$ раз меньше скорости первого межконтинентального самолёта.

Чтобы ответить на третий вопрос задачи, нужно знать скорость первого пассажирского сверхзвукового самолёта. Воспользуемся информацией третьего сообщения. Из него мы узнаём, что скорость этого самолёта больше скорости звука на 1312 км/час. Однако это сообщение не содержит сведений о скорости звука, и поэтому данная информация является неполной для решения поставленной задачи. Дополняют эту информацию сведения из четвёртого сообщения. Актуальными для решения данной задачи являются только сведения о скорости распространения звука в воздухе.

Чтобы воспользоваться этими данными для нахождения скорости первого сверхзвукового пассажирского самолёта, представим скорость звука в километрах в час. За 1 с звук в воздухе проходит 330 м. Тогда за 1 мин он пройдёт $330 \cdot 60 = 19\,800 \text{ м}$, а за 1 ч $19\,800 \cdot 60 = 1\,188\,000 \text{ м}$, или 1188 км. Итак, скорость звука в воздухе 1188 км/ч. Скорость первого сверхзвукового пассажирского самолёта на 1312 км/ч больше скорости звука. Следовательно, она равна $1188 + 1312 = 2500 \text{ км/ч}$. Тогда расстояние 5742 км он преодолел бы за время, равное $5742 : 2500 = 2 \text{ (ост. } 742) \text{ ч}$.

Итак, это время более 2 ч, но менее 3 ч.

Можно предложить детям попробовать вычислить это время более точно. Рассуждать при этом можно следующим образом. За 2 ч первый сверхзвуковой пассажирский самолёт пролетит $2500 \cdot 2 = 5000 \text{ км}$. Тогда ему останется пролететь $5742 - 5000 = 742 \text{ км}$. 742 меньше 2500 примерно в 3 раза: $(2500 : 742 = 3 \text{ (ост. } 274))$. Следовательно, путь 742 км составляет примерно $1/3$ часть пути 2500 км. Так как 2500 км самолёт пролетает за 1 ч, то $1/3$ этого расстояния он пролетит за $1/3$ ч, то есть за 20 мин. Итак, указанное расстояние первый сверхзвуковой пассажирский самолёт пролетел бы примерно за 2 ч 20 мин, что более чем на 30 ч меньше, чем время первого межконтинентального перелёта.

Задание направлено на формирование навыка решения текстовых задач, навыка выполнения арифметических действий с многозначными числами. Выполняя задание, дети сталкиваются с необходимостью перевода единиц измерения скорости. Для представления скорости в другой единице измерения дети

по очереди осуществляют переводы единиц времени и длины, что является не только обобщением знаний о соотношениях этих единиц, но и готовит учащихся к изучению курса физики.

Задание способствует формированию информационных умений и навыков: оценивать потребности в дополнительной информации и умение определить, какие именно сведения нужны для решения поставленной задачи, умение работать с дополнительной информацией, оценивать её полноту и актуальность.

4 Подсчёт автомобилей производится 3 раза в день: утром, в середине дня и вечером в течение 15 мин. Высчитывается среднее количество автомашин, проходящих мимо дома за 15 мин. Умножив это количество на 4 (так как 15 мин = $1/4$ ч), получим среднее количество машин, проезжающих мимо дома за 1 ч. Например, утром мимо дома за 15 мин проехало 20 легковых машин, в середине дня — 60, вечером — 10. Тогда среднее количество машин равно $(20 + 60 + 10) : 3 = 30$. Тогда за 1 ч в среднем проедет $30 \cdot 4 = 120$ машин. Следовательно, на отрезке улицы длиной в 1 км эти машины выделяют $20 \cdot 120 = 2400$ г = 2 кг 400 г угарного газа.

Пусть грузовых автомобилей утром проехало 5, днём — 15 и вечером — 4. Тогда в среднем за 1 ч проезжает $(5 + 15 + 4) : 3 \cdot 4 = 32$ автомобиля. Они выделяют угарного газа $170 \cdot 32 = 5440$ г = 5 кг 440 г. Тогда всего на отрезке улицы длиной 1 км выбрасывается за 1 ч 2 кг 400 г + 5 кг 440 г = 7 кг 840 г угарного газа. Это почти 8 кг. Так как одно дерево перерабатывает за 1 ч 2 кг угарного газа, то на отрезке улицы длиной в 1 км должно быть не менее 4 деревьев.

Задание направлено на формирование навыков самостоятельной работы, на воспитание интереса к учебной деятельности, на формирование элементарных исследовательских навыков.

5 Задание направлено на формирование навыка умножения многозначных чисел на двузначное число и деления на числа, оканчивающиеся нулём.

После решения данной задачи полезно организовать обсуждение с детьми вопроса о том, почему природе необходимо наличие каждого имеющегося в ней вида животных. Учитель должен объяснить детям, что жизнь всех животных в природном сообществе тесно взаимосвязана. Уничтожение одного какого-то вида неминуемо приведёт к нарушению экологического равновесия, что негативно отразится на жизни всего сообщества и может даже привести к гибели других видов животных и растений.

6 Один дождевой червь за сутки перерабатывает полграмма почвы. Значит, 2 червя перерабатывают 1 г почвы. Тогда 100 особей на 1 м^2 перерабатывают $100 : 2 = 50$ г почвы за сутки. $1 \text{ га} = 1000 \text{ м}^2$. Если в 1 м^2 почвы обитает 100 особей, то на $10\,000 \text{ м}^2$ обитает $100 \cdot 10\,000 = 1\,000\,000$ особей дожде-

вых червей. За сутки они переработают $1\,000\,000 : 2 = 500\,000$ г почвы.
 $500\,000\text{ г} = 500\text{ кг}$.

Тогда за 200 суток черви переработают $500 \cdot 200 = 100\,000$ кг почвы.
 $100\,000\text{ кг} = 100\text{ т}$.

Итак, на площади в 1 га за год дождевые черви переработают 100 т почвы, разрыхлив её и обеспечив её плодородие.

Задание направлено на совершенствование навыков умножения и деления многозначных чисел, оканчивающихся нулями, на повторение единиц измерения площади и массы, на отработку перевода численных значений величин из одних единиц измерения в другие.

 7 Удобно расстояние выразить в метрах, а время искать в секундах. Тогда можно использовать известные сведения о скорости звука 330 м/с, не переводя её в километры в час. Время распространения звука грома в воздухе, очевидно, равно 30 с. Если бы этот звук распространялся в водной среде, то его скорость была бы в 5 раз выше и, следовательно, времени потребовалось бы в 5 раз меньше, то есть он достиг бы Земли через 6 с. Скорость распространения звука в твёрдом теле в 3 раза больше, чем в воде. Поэтому, чтобы достичь Земли по металлическому стержню, звуку понадобится в 3 раза меньше времени, то есть 2 с.

Задание способствует расширению кругозора школьников, формированию познавательных интересов. Задание включает в себя работу с величинами «скорость» и «время» как с обратно пропорциональными. Это способствует обобщению знаний о зависимости между этими величинами, формированию умения пользоваться основным свойством обратной пропорциональности.

Учебное издание

Быкова Татьяна Петровна

НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИКЕ

4 класс

Издательство **«ЭКЗАМЕН»**

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU.НА34.Н08638 с 07.08.2018 г.

Главный редактор *Л. Д. Лаппо*

Редактор *М. А. Козлова*

Технический редактор *Л. В. Павлова*

Корректоры *Н. В. Егорова, Л. В. Дьячкова*

Дизайн обложки *С. М. Кривенкина*

Компьютерная верстка *М. В. Демина*

Россия, 107045, Москва, Луков пер., д. 8

www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;

по вопросам реализации: sale@examen.biz

тел./факс 8(495)641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции

ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ООО «ИПК Парето-Принт», Россия, г. Тверь, www.pareto-print.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.:

8(495)641-00-30 (многоканальный).

УВАЖАЕМЫЕ ПОКУПАТЕЛИ!

Книги издательства **ЭКЗАМЕН** можно приобрести
оптом и в розницу в следующих книготорговых организациях:

Москва

ТД Библио-Глобус – (495) 781-19-00
Молодая гвардия – (499) 238-38-38
Дом книги Медведково – (499) 476-16-90
Шаг к пятёрке – (499) 502-22-88
ИП Степанов – 8-926-132-22-35
Луна – 8-916-145-70-06; (495) 688-59-16
ИП Сухотин – 8-903-961-50-56

Санкт-Петербург

Коллибри – (812) 703-59-97
Буквоед – (812) 346-53-27
Век Развития – (812) 924-04-58
Тандем – (812) 412-64-37
Виктория Плюс – (812) 292-36-59/60/61
Санкт-Петербургский дом книги – (812) 448-23-55

Абакан

Абаканкнига – (390) 235-20-80
Учебники – (390) 222-70-12

Архангельск

АВФ-книга – (818) 265-41-34

Барнаул

Вектор – (385) 238-18-72

Брянск

ИП Трубка – (483) 259-59-39

Волгоград

Кассандра – (844) 297-55-55

Владивосток

Приморский торговый дом книги – (423) 263-73-18

Воронеж

Амитель – (473) 226-77-77

Риоска – (473) 221-08-66

Екатеринбург

ТЦ Люмна – (343) 228-10-79
Дом книги – (343) 253-50-10
Буквариус – 8-800-700-54-31; (499) 272-69-46

Ессентуки

ИП Зинченко – (879) 615-11-28

Иркутск

ПродалиТ – (395) 224-17-77

Казань

Аист-Пресс – (843) 525-55-40

Таис – (843) 272-73-73

Киров

ИП Шамов «УЛИСС» – (833) 257-12-15

Краснодар

Когорта – (861) 238-24-20
ОИПЦ Перспективы образования – (861) 254-25-67

Красноярск

Град – (391) 259-11-52

Планета-Н – (391) 215-17-01

Бирюза – (391) 273-60-40

Родник – (391) 246-65-50

Кострома

Леонардо – (494) 231-53-76

Курск

Оптимист – (471) 235-16-51

Мурманск

Тезей – (815) 243-63-75

Нижний Новгород

Учебная книга – (831) 245-68-12

Пароль – (831) 243-02-12

Дирижабль – (831) 234-03-05

Магазин «Учитель» – (831) 436-58-14

Новоросийск

Центр Социальных Инициатив – (861) 763-12-71

Нижневартовск

Учебная книга – (346) 640-71-23

Новосибирск

Сибирск – (383) 200-01-55

Библионик – (383) 336-46-01

Планета-Н – (383) 375-00-75

Омск

Сфера – (381) 256-42-41

Оренбург

Фолиант – (353) 277-25-52

Орёл

Учколлектор – (486) 275-29-11

Пенза

Апогей – (8412) 68-14-21

Лексикон – (841) 268-03-79

Учколлектор – (841) 295-54-59

Пермь

ПКИМЦ «Глобус» – (342) 293-61-99

Азбука – (342) 241-11-15

Петропавловск-Камчатский

Новая книга – (415) 211-12-60

Псков

Гелиос – (811) 272-22-06

Пятигорск

ИП Лобанова – (879) 398-79-87

Твоя книга – (879) 339-02-53

Ростов-на-Дону

Фазтон-пресс – (863) 240-74-88

ИП Ермолаев – (961) 438-92-92

Магистр – (863) 299-98-96

Рязань

ТД Барс – (491) 277-95-77

Самара

Чакон – (846) 231-22-33

Метид – (846) 269-17-17

Саратов

Гемера – (845) 264-37-37

Умная книга – (845) 227-37-10

Полиграфист – (845) 229-67-20

Севастополь

Гала – (069) 257-24-06

Симферополь

СК Центр – (365) 226-79-33

Сургут

Родник – (346) 222-05-02

Тверь

Книжная лавка – (482) 247-73-03

Тула

Система Плюс – (487) 270-00-66

Тюмень

Знание – (345) 225-23-72

Уссурийск

Сталкер – (423) 432-50-19

Улан-Удэ

Полином – (301) 255-15-23

Уфа

Эдвис – (347) 282-89-65

Хабаровск

Мирс – (421) 247-00-47

Челябинск

Интерсервис ЛТД – (351) 247-74-13

Череповец

Питер Пэн – (8202) 20-10-73

Чита

Генезис – (302) 235-84-87

Южно-Сахалинск

Весть – (424) 243-62-67

Якутск

Книжный маркет – (411) 234-20-47; 34-41-12

Якутский книжный дом – (411) 234-10-12

По вопросам прямых оптовых закупок обращайтесь по тел. (495) 641-00-30 (многоканальный),
sale@examen.biz; www.examen.biz